

كتاب موازي في مادة الرياضيات لتلامذة السنة التاسعة من التعليم الأساسي
والأساسي النموذجي يغطي كافة محاور البرنامج على إمتداد السنة

الثبات في الرياضيات 9 أساسي

إصلاح واضح
شكلا و محتوى

إمتحانات شهادة
ختم التعليم الأساسي

فروض مراقبة
و فروض تأليفية

مطابق للبرنامج الجديد ومواكب للمنقومة الحديثة في التقويم

كمال الغريبي (استاذ تعليم ثانوي)

طارق المشتوي (استاذ تعليم ثانوي)



يوجد في الرياضيات عدة فروع رئيسية هي:

1. التعداد والمصفوفات: هذا الفرع يهتم بدراسة المجموعات العددية والعمليات الحسابية عليها، وكذلك دراسة المصفوفات والعمليات عليها. 2. المصفوفات: هذا الفرع يهتم بدراسة المصفوفات والعمليات عليها، وكذلك دراسة المتكامل المحدود. 3. المتكامل المحدود: هذا الفرع يهتم بدراسة المتكامل المحدود والعمليات عليه.

الرياضيات في الترياضيات

* 9 أساسيات *

1. التعداد: هو عدد العناصر في مجموعة.

2. المصفوفات: هي مجموعة من الأعداد مرتبة في صفوف وأعمدة. 3. المتكامل المحدود: هو مجموع الحدود في متسلسلة.

4. التفاضل: هو عملية إيجاد معدل التغير.

5. التكامل: هو عملية إيجاد المساحة تحت منحنى.

6. التفاضل الجزئي: هو عملية إيجاد معدل التغير في دالة متعددة المتغيرات. 7. التكامل الجزئي: هو عملية إيجاد المساحة تحت منحنى في دالة متعددة المتغيرات.

8. التفاضل المتجهي: هو عملية إيجاد معدل التغير في دالة متجهية.

الفروض

يوجد في الرياضيات عدة فروع رئيسية هي:

1. التعداد

2. المصفوفات

3. المتكامل المحدود



* تقديم *

بسم الله الرحمن الرحيم

هذا كتاب موازي للكتاب المدرسي وموجه لتلامذة السنوات التاسعة من التعليم الاساسي والاساسي النموذجي لقد حرصنا فيه على التنوع والمسح الشامل لكافة محاور البرنامج و ركزنا من خلاله على ضرورة توظيف المفاهيم والكفايات الاساسية المستوجبة حتى وان تكرر ذلك في بعض الفروض ؛ لقد كان ذلك لزاما علينا لتحصل المنفعة عند التلميذ مهما كان مستواه ويستوعب التعاريف و الخصائص المحورية والممهدة لبرنامج السنة الموالية كما حرصنا ايضا على التدرج في الصعوبة سواء في الفرض الواحد او تصاعديا من فرض الى ما بعده.

اما جزء الاصلاح فانه من الضروري ألا يكون اللجوء اليه الا بعد جهد وتفكير والرجوع الى كراس الدروس والكتاب المدرسي لتذكر وترسيخ ما يثيره التمرين من دلائل وتعاريف وخصائص ؛ ولقد حاولنا في هذا المضمار ان ندقق قدر ما أمكن خاصة في مجال التعليل وتقنياته حتى يتأكد التلميذ من الحل بمفرده وبدون الاستعانة بالآخرين ويقارن ذلك بعمله ليدرك الخطأ ويكتسب بالتدرج مهارة التعليل والاستنتاج وذلك بالفرز بين المطلوب والمعطى وباعتماد الخاصية المناسبة والتمكن من توظيفها بنجاعة ثم التاليف بين اكثر من مفهوم وخاصية للتمكن من حل مسائل مجسمة في وضعيات دالة وفي المحصلة تنمو لديه القدرة على السير بكل ثقة وثبات في دروب الحساب والهندسة وينمو في ذهنه التمشي الرياضي المطلوب في شتى مجالات التعلم .

نرجو من تلامذتنا مدنا بتساؤلاتهم مهما كان محتواها وذلك عبر البريد الالكتروني :

gharbika12@gmail.com

كما نرحب بهم في موقع هذا الكتاب على النت :

<https://sites.google.com/site/lapotheme/>

وصفحة الكتاب على الفايس بوك :

<https://www.facebook.com/gharbika12>

نشكر أبناءنا التلامذة لاختيارهم سلسلة "الثبات في الرياضيات" والثقة التي منحوها ايانا كما نتمنى ان نكون عند حسن ظنهم و ان يضيف هذا الكتاب لديهم الكثير وان يكون مرجعا ثريا للدعم والتميز .

**** أمانينا الصادقة لأبنائنا بالتوفيق والنجاح والتألق في مدارج العلم والمعرفة والله ولي التوفيق ****

المؤلفان : طارق الشتوي & كمال الغربي



التمرين 1: ➔

ضع علامة (x) أمام الجواب الصحيح :

(1) العدد الذي يقبل القسمة على 12 من بين الأعداد التالية هو

182571171 5125243644 1616606020

(2) الرقم الذي رتبته 275 بعد الفاصل للعدد 71, 4756 هو

5 7 4

التمرين 2: ➔

(أ) بين أن $a = 4^{103} + 7x2^{204}$ يقبل القسمة على 11

(ب) أوجد x و y حيث $P = 4x7y$ يقبل القسمة على 15 .

(ج) ضع رقما مكان كل نجمة ليصبح العدد $8*7*$ قابلا للقسمة على 4 و 9

التمرين 3: ➔

نعتبر المجموعة $A = \{8, 5, 4, 7\}$ ؛ E مجموعة الأعداد ذات رقمين مختلفين من A ؛ F مجموعة الأعداد ذات رقمين مختلفين من A وتكون زوجية ؛ G مجموعة الأعداد ذات رقمين مختلفين من A وتقبل القسمة على 3

(1) أوجد عناصر المجموعة E.

(2) استنتج عناصر المجموعات F و G و $F \cap G$.

(3) أوجد كم (F) و كم (G) و كم $(F \cap G)$.

سؤال تفصيلي: L مجموعة الأعداد ذات رقمين مختلفين من A وتكون زوجية أو تقبل القسمة على 3. أوجد كم (L)

التمرين 4: ➔

$(x'x)$ هو المستقيم العددي المدرج بالمعيار $(O ; I)$.

(1) عين النقاط A و B و C و D على $(x'x)$ حيث: $x_A = \sqrt{5}$; $x_B = -\frac{3}{2}$; $x_C = -\sqrt{2}$; $x_D = 1 + \sqrt{2}$

(2) رتب هذه الفاصلات من الأصغر إلى الأكبر.

التمرين 5: ➔

نعتبر المجموعة A التالية : $A = \left\{ (-1, 3); -\sqrt{324}; (-1, \underline{3}); 0; \sqrt{6}; \frac{15}{6}; \left(-\frac{3}{16}\right); 19^0; \pi \right\}$

حدد عناصر المجموعات التالية : $A \cap \mathbb{N}$; $A \cap \mathbb{Z}$; $A \cap \mathbb{D}$; $A \cap \mathbb{Q}$; $A \cap \mathbb{R}$.



فرض مراقبة عدد 1 ** نموذج 2 **

(1) العدد الحقيقي (2) التعداد والحساب (3) التعيين في المستوى

التمرين 1 :

نعتبر العددين الكسريين : $\frac{11}{9}$ و $\frac{18}{11}$ أ- أوجد الكتابة العشرية الدورية لكل منهما. ب- استنتج أن : $1,2 \times 1,63 = 2$

التمرين 2 :

جد العدد الحقيقي x إذا أمكن ذلك في كل من الحالات التالية :

$$x^2 = 7 \quad (أ) \quad \sqrt{x+11} = 3 \quad (ب) \quad \sqrt{x^2} = 16 \quad (ج)$$

التمرين 3 :

وحدة قياس الطول هي u كالآتي :ابن مريعا ABCD بحيث $AB=4$ ولتكن النقاط H و G و F و E من على التوالي $[AD]$ و $[DC]$ و $[CB]$ و $[AB]$ بحيث : $AE=BF=CG=DH=1$ أ- احسب a قياس مساحة المربع EFGH .ب- استنتج c قياس طول ضلعه .ج- أوجد حصر c بمدى $0,01$ إذا علمت أن $3,16^2 = 9,9856$ و $3,17^2 = 10,0489$.د- عين على مستقيم عددي مدرج بواسطة معين $(O;I)$ بحيث $OI=u$ النقاط A و B فاصلتهما على التوالي $\sqrt{10}$ و $(-2,5)$ و- احسب البعد AB

التمرين 4 :

ضع علامة (x) في خانة الجواب الصحيح:

(1) العدد الذي يقبل القسمة على 15 من بين الأعداد التالية هو

☐ 282000075 ☐ 512524364 ☐ 1616606020

(2) اكمل :

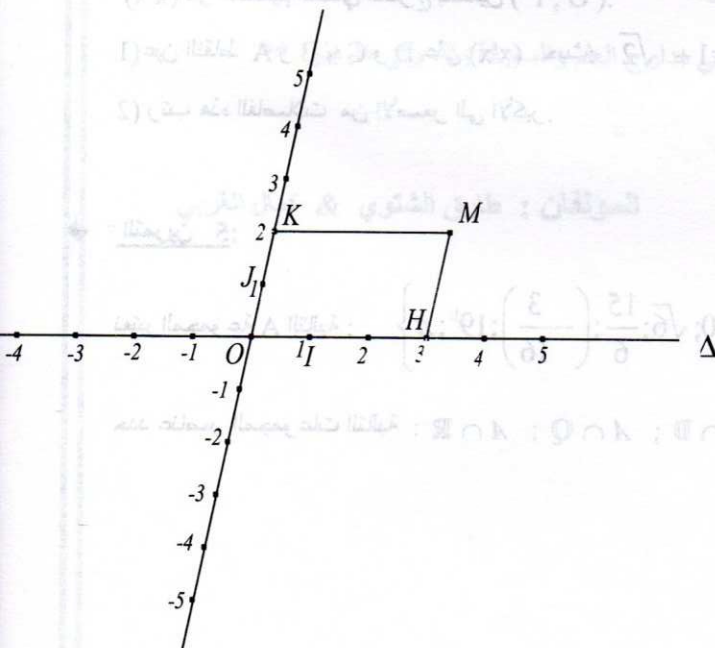
أ- العدد 1200168 يقبل القسمة على 8 لأن..... و يقبل القسمة على 9 لأن.....

ب- استنتج أن العدد 1200168 يقبل القسمة على 12

التمرين 5 :

نعتبر الرّسم التالي :

اكمل الجمل التالية :

الثلاثي (O, I, J) يسمى في المستوى.المستقيم Δ مدرّج بواسطة المعين و المستقيم Δ' مدرّج بواسطة المعينالنقطة H هي مسقط على وفقاً لمنحىالنقطة K هي مسقط على وفقاً لمنحىفاصلة النقطة H في المعين (O, I) هي $x_M = \dots\dots\dots$ فاصلة النقطة K في المعين (O, J) هي $y_M = \dots\dots\dots$ $(x_M; y_M) = (\dots; \dots)$ هو زوج إحداثيات النقطة M في المعين (O, I, J) . x_M هي فاصلة النقطة M في المعين (O, I, J) و y_M هي فنكتب : $M(\dots; \dots)$ 

التمرين 1 :

(1) نعتبر المجموعة A التالية : $A = \left\{ (-1, 7); \sqrt{121}; (-1, \underline{7}); 0; \sqrt{5}; \frac{1,8}{0,6}; \left(-\frac{29}{8}\right); 2014^0; \pi \right\}$

حدد عناصر المجموعات التالية : $A \cap \mathbb{Z}$ و $A \cap \mathbb{D}$ و $A \cap \mathbb{Q}^*$ و $A \cap \mathbb{R}$

(2) نعتبر العدد الكسري : $d = \frac{7}{13}$

ب- استنتج حساب $10^6 \times d$

ا- أوجد الكتابة العشرية الدورية للعدد d

ج - اكمل : $\frac{46}{13} = \dots + \frac{7}{13}$ ثم استنتج الكتابة العشرية الدورية للعدد $\frac{46}{13}$

د- ما هو الرقم الذي رتبته 2013 بعد الفاصل في تلك الكتابة العشرية .

التمرين 2 :

(1) تقابل فريقان A و B في 3 مباريات ؛ اذا رمزنا ب + للفوز و - للخسارة و x للتعادل . ماهي جميع الامكانيات المتحصل عليها في نتائج الفريق A . مثال : (+ ; + ; +) x هي امكانية تعادل ثم فوز ثم فوز . (استعن بشجرة اختيار)

(2) أ- بين أن $a = 3^5 - 2 \times 3^4 + 270$ يقبل القسمة على 13 .

ب- أوجد x و y حيث $P = 5 \times 1y$ يقبل القسمة على 15 . (ذكر جميع الحلول)

ج- ضع رقما مكان كل نقطة ليصبح العدد $38 \bullet 1 \bullet$ قابلا للقسمة على 4 و 9

التمرين 3 :

وحدة قياس الطول هي u كالآتي

u

ابن مربعا ABCD بحيث $AB=3$ ولتكن النقاط H و G و F و E من على التوالي [AD] و [DC] و [CB] و [AB] بحيث : $AE=BF=CG=DH=1$

(1) ا- احسب قياس مساحة المربع EFGH .

ج- أوجد حصر ا- c بمدى 0,1 بعد حساب $(3.2)^2$ و $(3.1)^2$

(2) أ- عين على مستقيم عددي مدرج بواسطة معين (O;I) بحيث $OI=u$ النقاط A و B فاصلتهما على التوالي $\sqrt{5}$ و (-1,5) ثم احسب AB

التمرين 4 :

نعتبر الزسم المقابل حيث (O,I,J) معين في المستوي.

(1) اكمل :

$A(\dots; \dots)$ $B(\dots; \dots)$

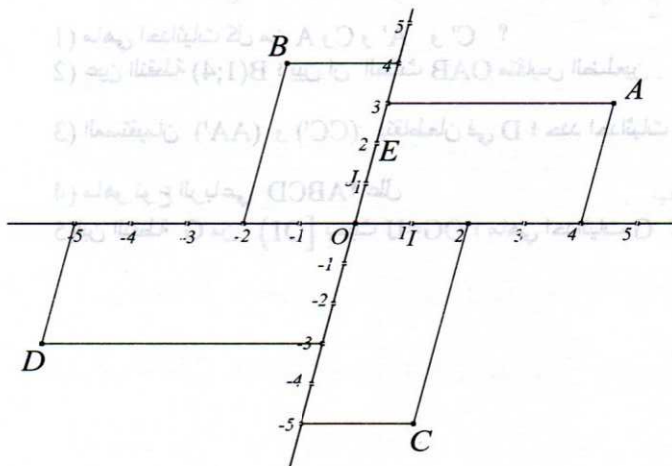
$C(\dots; \dots)$ $D(\dots; \dots)$

$E(\dots; \dots)$ $O(\dots; \dots)$

$I(\dots; \dots)$ $J(\dots; \dots)$

(2) النقطة $A'(a;b)$ بحيث $(AA') \parallel (OJ)$.

كيف تختار العددين الحقيقيين a و b من أجل تحقيق التوازي ؟



فرض مراقبة عدد 1 ** نموذج 4 **

(1) المجموعة $\mathbb{R}$ (2) التعداد والحساب (3) التعيين في المستوى

التمرين 1 :

(1) جد العدد الحقيقي x اذا أمكن ذلك في كل من الحالات التالية :

$$x^2 = 10 \quad * \text{أ} \quad |x| = \sqrt{121} \quad * \text{ب} \quad \sqrt{x} = \frac{4}{9} \quad * \text{ج} \quad \sqrt{1+x} = 5 \quad * \text{د}$$

(2) اجب بخطا او صواب مصلحا الخطا ومعللا الصواب :

$3^{10} + 3^9 - 9^4$ يقبل القسمة على 11	$\sqrt{\frac{1+0,21}{0,49}} = \frac{11}{7}$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2 = 0,6$	$\sqrt{(-3)^2} = -3$

(3) عوض a و b بالارقام الممكنة حتى يكون $3a2b$ قابلا القسمة على 12 (اذكر جميع الحلول)

التمرين 2 :

$$A = \left\{ (-1,3); -\sqrt{36}; (-1,3); 0; \sqrt{10}; \frac{28}{21}; \left(-\frac{23}{27}\right); 153^0; (-\pi) \right\}$$

حدد عناصر المجموعات التالية : $A \cap \mathbb{Q}^*$ و $A \cap \mathbb{D}$ و $A \cap \mathbb{Z}$

التمرين 3 : وحدة قياس الطول هي الصم

ابن مربعا ABCD بحيث $AB=5$ ولتكن النقاط H و G و F و E من على التوالي [AD] و [DC] و [CB] و [AB] بحيث :

$$AE=BF=CG=DH=1$$

أ- احسب قياس مساحة المربع EFGH .

ب- استنتج قياس طول ضلعه .

ج- عين على مستقيم عددي مدرج بواسطة معين (O;I) بحيث $OI=1\text{cm}$ والنقطتين A و B فاصلتهما على التوالي $\sqrt{17}$ و 4,1 .د - استنتج كتابة بدون الرمز |....| للعدد $|4,1 - \sqrt{17}|$

التمرين 4 :

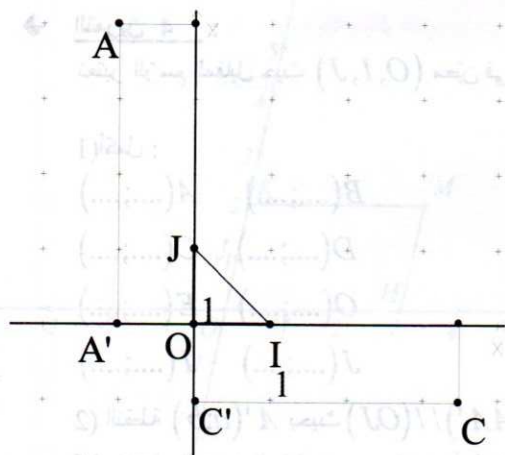
على يسارك معين (O;I; J) في المستوي متعامد المحاور وحيث $OI=OJ$

(1) ماهي احداثيات كل من A و C و A' و C' ؟

(2) عين النقطة B(1;4) ؛ بين ان المثلث OAB متقايس الضلعين .

(3) المستقيمان (AA') و (CC') يتقاطعان في D ؛ حدد احداثيات D

(4) ماهو نوع الرباعي ABCD ؟ علل

(5) اين النقطة G من [OI] بحيث $OG=IJ$ ؛ ماهي احداثيات G ؟

التمرين 1 :

(1) أ- اكتب كل الأعداد التي تتكون من ثلاثة أرقام بدون تكرارها من بين الأرقام التالية 2 و 1 و 5 و 8 و 9 ورقم مناتها 8. (استعن بشجرة اختيار)

ب- اذكر من بينها التي تقبل القسمة على 6

$$(2) \text{ بين أن : } \frac{2^{19} - 4^8}{7} \in \mathbb{N}$$

التمرين 2 :

$$(1) \text{ نعتبر العددين الكسريين : } \frac{8}{11} \text{ و } \frac{3}{11}$$

أ- أوجد الكتابة العشرية الدورية لكل منهما.

ب- استنتج أن : $0,27 + 0,72 = 1$

$$(2) \text{ نعتبر العدد الكسري : } d = \frac{113}{71}$$

أ- اذا علمت أن : $d = 1,591549296.....$ ، فهل لهذه الكتابة العشرية دور ؟ علل .

ب- اوجد حصرا للعدد d مداه 0,001 .

سؤال تنقيح : اذا علمت ان $d = 0,27$ فبرهن ان $d = \frac{3}{11}$. (اشارة : $100d = 100 \times 0,27 = 27,27$ ثم $100d - d = ..$)

التمرين 3 :

جد العدد الحقيقي x اذا أمكن ذلك في كل من الحالات التالية :

$\sqrt{x^2} = 9$	$(x + \sqrt{7}) + \frac{6}{5} = 1,2$	$x^2 = 5$

التمرين 4 :

ليكن Δ مستقيما مقترنا بالمعين (O,I) حيث $OI = 1,8$ بالصم .

$$(1) \text{ عين النقاط D و C و B و A حيث } x_A = -\frac{8}{3} ; x_B = \frac{3}{2} ; x_C = 3 + \sqrt{2} ; x_D = -\sqrt{2} .$$

(2) احسب الابعاد AB و AD .

(3) اوجد x_E فاصلة النقطة E منتصف [AB] .

(4) استنتج تعيينا للنقطة E' فاصلتها $\frac{7}{12}$ ؛ فسر .

(5) اوجد x_F فاصلة النقطة F حيث $CF = 5$ و x_F سالب .



التمرين 1 :

أكمل بالرمز المألوف المناسب

$\left\{\frac{51}{17}; -10 \times \sqrt{0,49}\right\} \dots \mathbb{Z}$	$\left\{(-2, \underline{51}); \frac{3}{7}; \sqrt{5}\right\} \dots \mathbb{R}$	$\left\{-\frac{1}{8}; 3, \underline{731}\right\} \dots \mathbb{D}$	$1 + \sqrt{5} \dots \mathbb{Q}$
---	---	--	---------------------------------

التمرين 2 :

X و Y و Z عبارات كالاتي :

$$Z = |b - a| + |a + b| + 3,7 \quad \text{و} \quad Y = \left(-a + \frac{21}{5}\right) - (-b - \sqrt{2}) \quad \text{و} \quad X = -0,7 - a - b - \sqrt{2}$$

(1) اذا علمت أن a و b عدنان حقيقيان حيث : $a + b = 3 - \sqrt{2}$ و $a - b = 1 + \sqrt{2}$. علل النتائج التالية :

$Z = 7,7$	$Y = 3,2$	$X = -3,7$

(2) احسب : $X + Y + Z = \dots$

التمرين 3 :

نعتبر العددين الحقيقيين a و b التاليين : $a = |2 - \sqrt{10}| + 5$ و $b = \sqrt{10} \left(1 - \frac{3}{2}\sqrt{2}\right) - \frac{3}{4}(4 - \sqrt{80})$.(1) بين ان : $a = \sqrt{10} + 3$ و $b = \sqrt{10} - 3$.

(2) بين ان a هو مقلوب b .

(3) استنتج حساب المجموع $s = \left| -3ab + \sqrt{40} - \frac{1}{a} - \pi \right|$ ملاحظة : $\sqrt{10} = 3,1622776601\dots$

التمرين 4 :

نعتبر العددين : $a = \sqrt{50} - (\sqrt{32} - 1)$ و $b = \frac{12\sqrt{3}}{9} \times \left(\frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}}{6}\right)$.(1) بين ان : $a = \sqrt{2} + 1$ و $b = \frac{2}{3}$.ليكن (O; I; J) المعين في المستوي حيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ = 2,1$ بالصم .(2) أ- عين النقطة $A\left(\sqrt{2} + 1; \frac{2}{3}\right)$

ب- ابن النقطة B منظر A بالنسبة الى (OJ) . حدد احداثيات B .

(3) ابن النقطة C حيث O منتصف [BC] . بين ان $C\left(\sqrt{2} + 1; -\frac{2}{3}\right)$.

التمرين 1 :

a و b عدنان حقيقيان حيث : $a+b = -0,75$ ، X و Y عبارتان كالتالي :

$$X = (0,5 + \sqrt{2}) + (-5 + b) \quad \text{و} \quad Y = \left(a + \frac{21}{4}\right) + (-\sqrt{2})$$

(1) اختصر X و Y

(2) اثبت ان X و Y متقابلان.

التمرين 2 :

(O, I, J) هو معين في المستوي بحيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OJ = OI = 1,5$ بالصم.

(1) ا- ارسم النقطتين $A\left(\sqrt{10}; \frac{-7}{3}\right)$ و B منازرة A بالنسبة الى (OI) والنقطة C من (OI) بحيث $OC = IJ$ و x_C سالبة

ملاحظة : لقد تعرضنا الى $\sqrt{10}$ في ف.م 1 نموذج 2 تمرين 3

ب- حدد احداثيات النقطة B وبين ان $C(-\sqrt{2}; 0)$.

ج- بين ان المثلث ABC متقايس الضلعين.

(2) المستقيم العمودي على (OI) والمار من C يقطع الموازي لـ (OI) والمار من A في F .

ا- ما هو زوج إحداثيات النقطة F . علل جوابك

ب- اذا كان $(OI) \cap [AB] = \{H\}$ ؛ بين ان $AFCH$ مستطيل.

ج- ابن النقطة B' منازرة B بالنسبة الى O . بين ان $B' \in (AF)$.

د- ماهي مجموعة النقاط $M(x, y)$ من المستوي بحيث $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{10}$ و $-\frac{7}{3} \leq y \leq 0$

التمرين 3 :

لتكن العبارة التالية : $A = (\sqrt{7} + 4)x - \frac{1}{4}y$ ؛

(1) احسب A اذا علمت ان : $x = \sqrt{7} - 4$ و $y = 4$.

(2) اجب بـ "خ" او "ص" معللا الجواب :

اذا كان $A=0$ فان $\frac{y}{x} = 4(\sqrt{7} + 4)$	$\left -3\sqrt{7} + 4 - \frac{9}{\sqrt{7}+4} \right = 2\sqrt{7}$	$\frac{-\sqrt{7}-4}{9}$ هو مقلوب $\sqrt{7}-4$

فرض مراقبة عدد 2 ** نموذج 2 **

(1) العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ (2) التعيين في المستوى

التمرين 1 :

نعتبر العددين الحقيقيين a و b التاليين : $a = -3(\sqrt{2}+3) + \sqrt{50} + 4$ و $b = \frac{1}{4}(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})$ أ- بين ان $a = 2\sqrt{2} - 5$ و $b = 1$ ب- احسب القيمة المطلقة لـ a ج- ماهو مقلوب $\frac{3-\sqrt{5}}{4}$ ؟ علل.د- استنتج ان $s = \left| ab - \sqrt{8} + 10 - \frac{4}{3-\sqrt{5}} \right| = \sqrt{5} - 2$

التمرين 2 :

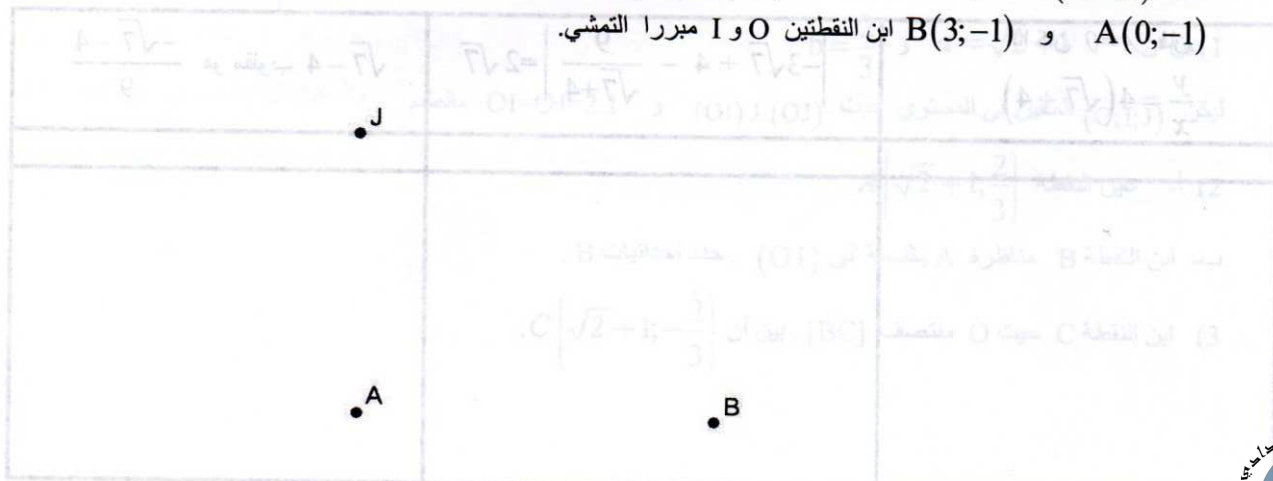
ليكن $(O; I; J)$ معينا في المستوي بحيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ = 1,8$ بالصمأ- عين النقطة $A\left(\frac{7}{3}; -2\right)$ ب- ابن النقطة B منازرة A بالنسبة الى (OI) . حدد احداثيات B ج- ابن النقطة $C(-1; 2)$. بين ان (BC) يوازي (OI) د- ابن النقطة $D(-1; -2)$ ؛ (AC) يقطع (BD) في H ؛ بين ان H نقطة من (OI)

التمرين 3 :

ضع $\checkmark$ تحت الحل السليم ثم صحح الاجوبة الخاطئة :

$\sqrt{1+x} = 5$ ($x \in \mathbb{R}$)	$1 - \sqrt{x^2} = \frac{4}{9}$ ($x \in \mathbb{R}$)	$ x+1 = \sqrt{121}$ ($x \in \mathbb{R}$)	$x^2 - 16 = 0$ ($x \in \mathbb{R}$)
$x = 24$	$x = -\frac{5}{9}$ او $x = \frac{5}{9}$	$x = -12$	$x = 4$

التمرين 4 :

ليكن $(O; I; J)$ معينا في المستوي بحيث $(OI) \perp (OJ)$ ؛ في الشكل التالي لا يظهر من المعين سوى النقطة J ؛ اذا علمت ان $A(0; -1)$ و $B(3; -1)$ ابن النقطتين O و I مبررا التمشي.

التمرين 1 :

جد العدد الحقيقي x اذا أمكن ذلك في كل من الحالات التالية :

$$(a) (x-3)^2 = 25 \quad (b) |x+3| = \pi - 1 \quad (c) \sqrt{(x+3)^2} = 2 - \sqrt{5} \quad (d) \sqrt{x+11} = 3$$

التمرين 2 :

(1) اكمل الجدول:

العدد	مقابله
$\sqrt{2} - 1$	
$-1 + \pi$	$-\pi - 3$
	$\sqrt{2} - 1 + \pi$
$-\sqrt{5} + \frac{1}{2}$	

(2) اعط القيم المطلقة:

$ \sqrt{2} - 1 $	$ -1 + \pi $	$ 1 - \sqrt{2} - \pi $	$ \frac{1}{2} + \sqrt{5} $

التمرين 3 :

ليكن المستقيم العددي (D) المقترن بالمعنيين $(O; I)$.(1) ا) ارسم على (D) النقاط A و B و C حيث فاصلاتها على التوالي: $x_A = \frac{3}{2}$ و $x_B = -\sqrt{2}$ و $x_C = -\frac{5}{2}$.(ب) احسب الأبعاد التالية: IB و AC .(ج) احسب x_K فاصلة النقطة K منتصف $[AC]$.(2) ارسم مستقيماً (Δ) عمودياً على (D) في النقطة O وضع عليه نقطة J حيث $OI = OJ$. (J فوق (Δ))(أ) ارسم في المعنيين $(O; I; J)$ النقاط: $E(-\sqrt{2}; 3)$ و $H(\frac{5}{2}; 0)$ و F منازرة E بالنسبة الى O .(ب) حدد إحداثيات النقاط C و F في المعنيين $(O; I; J)$.(3) أ) بين أن النقطة O منتصف $[CH]$.(ب) ما هي طبيعة الرباعي $CEHF$ ؟ علل جوابك.(4) أ) ارسم النقطة T بحيث يكون الرباعي $EBHT$ متوازي أضلاع.(ب) بين أن $EBHT$ مستطيل.

التمرين 4 :

نعتبر ثلاث نقاط A و M و B من المستوي بحيث :

$$AB = 16\sqrt{5} \quad \text{و} \quad AM = 4\sqrt{45} \quad \text{و} \quad MB = 2\sqrt{20}.$$

بين أن A و M و B على نفس الاستقامة.

فرض مراقبة عدد 2 ** نموذج 4 **

(1) العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ (2) التعيين على المستقيم والاسقاط

التمرين 1 :

ضع علامة + تحت الجملة الصحيحة :

مقلوب $2\sqrt{2}-5$ هو $2\sqrt{2}+5$	$-\left -\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}\right =\frac{4}{3}$	نصف $\sqrt{24}$ يساوي $\sqrt{6}$	$\sqrt{11}-4 \in \mathbb{R}_-$	$a \times b = 0$ يعني b و a متقابلان	مهما يكن x من $\mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}_-$

التمرين 2 :

a و b عدنان حقيقيان بحيث : $a-b = \frac{7}{5}$ و $ab = \frac{-1}{5}$

(1) - احسب : $E = a - \left(\frac{4}{3} + b + \frac{7}{5}\right)$

(2) - أثبت أن : $\frac{2}{b} - \frac{2}{a} = -14$

التمرين 3 :

لتكن العبارة A بحيث $A = 2xy - 3\sqrt{2}x$

(1) احسب A إذا علمت أن $x = 1 + \sqrt{2}$ و $y = 1 - \sqrt{2}$

(2) فكك العبارة A

(3) احسب A إذا علمت أن $y = 1,5\sqrt{2}$

(4) إذا افترضنا أن x و y مقلوبان ؛ أوجد x بحيث $A = 0$ ؛ استنتج عندئذ y

التمرين 4 :

(I) 1) أرسم مستقيما Δ مدرجا بالمعین (A,B) و النقط E , F , G , H حيث $x_E = \sqrt{2}$, $x_F = -\frac{7}{2}$, $x_G = \frac{5}{2}$

و H منتصف [GF]

(2) أوجد الأبعاد GE و BF و GF

(3) أوجد فاصلة H

(4) أوجد فاصلة النقطة S علما أن $S \in [AF]$ و $GS=7$

(II) نعتبر المستقيم D العمودي على Δ في A و ليكن الإسقاط على Δ وفقا لمنحى D

(1) ما هي مجموعة نقاط المستوي المطابقة لمساقطها ؟

(2) ما هي مجموعة نقاط المستوي التي مساقطها النقطة E ؟



التمرين 1 :

ضع علامة x تحت الجملة الصحيحة :

النقطة $A(0;-3)$ حسب معين تتبعي الى (O;I;J) (OJ)	$4 < \sqrt{23} < 5$	OA=OB اذا منتصف [AB]	$\frac{5+\sqrt{6}}{5} = \sqrt{6}$	متناظران هما نقطتان $M(1;3)$ و $M'(-1;3)$ النسبة الى (OJ).
--	---------------------	-------------------------------	-----------------------------------	--

التمرين 2 :

$$H = (\sqrt{5} - 6)x - 2xy - 1$$

لتكن العبارة H التالية:

$$y = (-3) \quad \text{و} \quad x = 1 + \sqrt{2}$$

احسب H اذا علمت ان :

$$H + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

اذا علمت ان x هو مقلوب y ؛ فكك

التمرين 3 :

X و Y و Z عبارات عددية كالتالي :

$$Y = 3\sqrt{48} + 4\sqrt{75} + \sqrt{11} - 5\sqrt{108}$$

$$X = \sqrt{3}(\sqrt{3}-4) - (2\sqrt{3}+2)(1-\sqrt{3})$$

$$T = \sqrt{11} - \sqrt{33} + 3\sqrt{3} - 3$$

$$Z = 2|1-\sqrt{3}| - |\sqrt{11}-3| - 1$$

$$(1) \quad \text{بين ان : } X = 7 - 4\sqrt{3} \quad \text{وان} \quad Z = 2\sqrt{3} - \sqrt{11}$$

$$(2) \quad \text{بين ان : } Y = 2\sqrt{3} + \sqrt{11} \quad \text{وان} \quad T = (3 - \sqrt{11})(\sqrt{3} - 1)$$

$$(3) \quad \text{بين ان } Y \text{ هو مقلوب } Z \text{ واستنتج ان } 2\sqrt{3} > \sqrt{11}$$

$$(4) \quad \text{بين ان } T \text{ عدد حقيقي سالب.}$$

$$(5) \quad \text{نعتبر العدد } a \text{ بحيث : } X - (7 - a\sqrt{3}) = Y - \sqrt{11} \quad ; \quad \text{بين ان } a = 6$$

التمرين 4 :

$$(1) \quad ABC \text{ هو مثلث بحيث } AB=6 \text{ و } BC=5 \text{ و } AC=7 \text{ ; ارسمه .}$$

$$(2) \quad \text{لتكن } I \text{ منتصف } [AC] \text{ و } J \text{ منتصف } [AB] \text{ ; احسب } IJ.$$

$$(3) \quad \text{عين النقطة } P \text{ من } [AC] \text{ حيث } AP=5 \text{ ; الموازي لـ } (AB) \text{ والمار من } P \text{ يقطع } (BC) \text{ في } Q \text{ ;}$$

$$\text{بين ان : } \frac{CQ}{CB} = \frac{PQ}{AB} = \frac{2}{7} \quad \text{ثم استنتج حساب } PQ \text{ و } CQ$$

$$(4) \quad (AQ) \text{ يقطع } (IJ) \text{ في } M \text{ . بين ان } M \text{ منتصف } [AQ]$$

الفرض التاليفي عدد 1 ** نموذج 1 **

(1) العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ (2) مبرهنة طاليس والتعيين

التمرين 1 :

(1) بين ان العدد 3180 يقبل القسمة على 6 و 12 و 15

(2) املا الجدول التالي :

$ 1,4 - \sqrt{2} = \dots$	$\frac{\sqrt{0,36}}{1,2} = \dots$	$\sqrt{\frac{0,16}{49}} = \dots$	$\left(\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^2 = \dots$	$\sqrt{(-5)^2} = \dots$
----------------------------	-----------------------------------	----------------------------------	---	-------------------------

التمرين 2 :

نعتبر العددين: $a = \sqrt{54} - \sqrt{24} - \sqrt{20} + \sqrt{5}$ و $b = \sqrt{6} + \sqrt{5}$.(1) بين أن: $a = \sqrt{6} - \sqrt{5}$.(2) احسب: $a \times b$. ماذا تستنتج ؟(3) استنتج بحثا عن x بحيث $\frac{(\sqrt{6} - \sqrt{5})}{x^2} = \frac{4}{(\sqrt{5} + \sqrt{6})}$

التمرين 3 :

نعتبر العبارة $S = (x+1)(\sqrt{3}x+2) - 2x - 2$ حيث x عدد حقيقي.(1) بين أن $S = \sqrt{3}x(x+1)$.(2) احسب S في الحالتين التاليتين: $x = \frac{-1}{3}$ و $x = \sqrt{3} - 1$.(3) اوجد الأعداد الحقيقية x التي تحقق: $S = 0$

التمرين 4 :

(O, I, J) معين في المستوي حيث (OI) يعامد (OJ) و $OI = OJ$ (1) A و B نقطتان من (OI) حيث $x_A = -2$ و $x_B = 4$. أوجد OA و AB(2) عين النقطة M من (OJ) حيث $OM = 2$

C مسقط B على (AM) وفقا لمنحى (OJ). أوجد BC ثم استنتج زوج إحداثيتي C

(3) عين النقطة D (-4; 4) ؛ بين أن M منتصف [BD]

(4) N مسقط M على (AD) وفقا لمنحى (OI) ؛ بين أن N منتصف [AD] ثم أوجد زوج إحداثيتي N ثم احسب MN



التمرين 1 :

اكمل بـ "صواب" أو "خطأ" مع التعليل :

$A(-1;3)$ و $A'(2;-6)$ و $A''(17;-51)$ هي نقاط على نفس الاستقامة	$4^{17} - 4^{16}$ قابل القسمة على 12	$ x - \sqrt{3} = \pi$ يعني $x = \pi + \sqrt{3}$

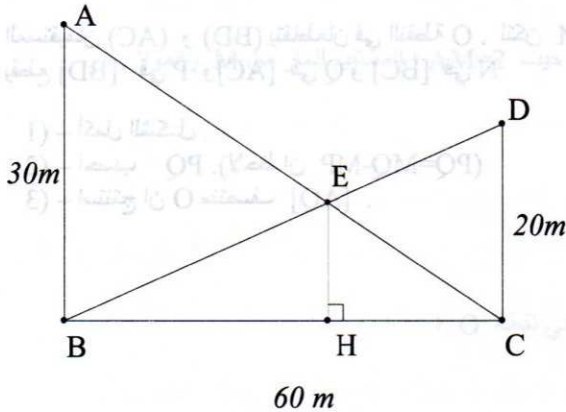
التمرين 2 :

(1) x و y عدنان حقيقيان حيث : $x = \frac{1}{2 \times y}$ و $y \neq 0$ ؛ احسب : $p = 4 \left[\left(x \times \frac{-3}{2} \right) \times y - 1,6 \right]$ (2) x و y عدنان حقيقيان حيث : $2x = \sqrt{8}$ و $5y = 2,5$. احسب : $q = \frac{x}{y}$

التمرين 3 :

(1) نعتبر العدد E بحيث : $E = -2x + y + xy - 2$. احسب E بدون حساب x و y علما ان : $x + 1 = \sqrt{10} - 3$ و $y - 2 = \sqrt{10} + 3$ (2) ليكن العدد الحقيقي D التالي : $D = \frac{-4}{3 + \sqrt{5}}$ أ- اكتب D بدون جذر في المقام .ب- a و b عدنان حقيقيان متناسبان مع 3 و $\sqrt{5}$ وحيث $a + b = -4$ ؛ أوجد a و b .

التمرين 4 : وحدة الطول هي المتر

لاحظ الشكل المصغر جانبه بحيث ABC و BDC مثلثان قائما الزاوية على التوالي في B و C و $AB = 30 \text{ m}$ و $BC = 60 \text{ m}$ و $DC = 20 \text{ m}$ (1) أثبت أن $\frac{ED}{EB} = \frac{2}{3}$ (2) ابحث عن العدد الحقيقي x المخالف للصفر بحيث $\frac{60 - x}{x} = \frac{2}{3}$ (3) احسب HB (4) استنتج حساب EH 

الفرض التأليفي عدد 1 ** نموذج 3 **

(1) العمليات في $\mathbb{R}$ (2) المستقيم العددي والبعد بين نقطتين منه (3) مبرهنة طاليس

التمرين 1 :

اربط بسهم السؤال بالحل في كل من الحالات التالية :

السؤال	الحل
$x^2 = 10$	$x = 10$
$ x = \sqrt{100}$	$x = 0,01$
$\sqrt{x} = 0,1$	$x = -10$ أو $x = 10$
$\sqrt{-1+x} = 3$	$x = \sqrt{10}$ أو $x = -\sqrt{10}$

التمرين 2 :

(1) a و b عدنان حقيقيان بحيث : $a \times b = 5\sqrt{2}$ ؛ أحسب العبارات التالية :

$$x = \left(\frac{1}{25} \times a\right) \times (-b \times 5\sqrt{2})$$

$$z = \frac{5}{2}a \times \left(b - \frac{2}{5}\right) + 5\sqrt{2} + a$$

$$y = 1 - 3a \times \left[b \times \frac{\sqrt{2}}{5}\right]$$

(2) الفرق بين عددين x و y يساوي $\frac{13}{3}$ و جذاؤهما يساوي $\frac{10}{3}$ ؛ بين بدون حساب x ولا y ان : $T = \frac{9(x^2y - xy^2)}{13} = 10$

التمرين 3 :

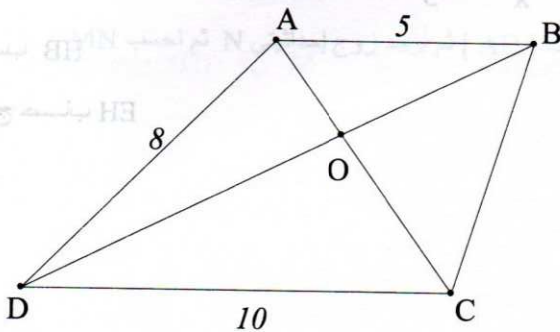
ليكن المستقيم Δ العددي المدرج بالمعيار (O, I) .(1) عين على Δ النقط A و B و C حيث : $x_A = \sqrt{5}$ و $x_B = -1,5$ و $x_C = 3$.(2) ابحث عن AC .(3) ابحث عن فاصلة النقطة F حيث I منتصف $[AF]$.(4) ابحث عن فاصلة النقطة E بحيث $BE=2$ و فاصلة E سالبة.

التمرين 4 : وحدة قيس الطول هي الصم

ABCD شبه منحرف كما يظهره الرسم :

المستقيمان (AC) و (BD) يتقاطعان في النقطة O . لتكن M نقطة من $[AD]$ حيث $AM = \frac{2}{3}AD$ ؛ الموازي للمستقيم (AB) والمار من M يقطع $[BD]$ في P و $[AC]$ في Q و $[BC]$ في N .

(1) أكمل الشكل.

(2) احسب PQ . (لاحظ ان $PQ = MQ - MP$)(3) استنتج ان O منتصف $[AQ]$.

التمرين 1 : ضع في دائرة المقترحات السليمة :

المقترحات	4500021456	794004581	23678882
المقترحات	$ 3 - \sqrt{10} $	$-\sqrt{10} - 3$	$ -3 - \sqrt{10} $
المقترحات	$3\sqrt{6} - \sqrt{24}$	$-3\sqrt{6} + 5\sqrt{24}$	$2\sqrt{54} - 3\sqrt{24}$

يقبل القسمة على 12

يساوي $3 + \sqrt{10}$

يساوي 0

التمرين 2 : a و b عدنان حقيقيان غير منعدمين و غير متقابلين ؛

أ- بين أن : $q = \frac{a+b}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = ab$

ب- استنتج حساب q عندما يكون $a = 5\sqrt{3}$ و $b = -\frac{\sqrt{6}}{15}$

التمرين 3 :

لتكن العبارتين : $I = \sqrt{2}(\sqrt{3}x - 1)$ و $J = 3x - \sqrt{3}$

(1) احسب I و J في الحالات التالية : $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ثم $x = 0$

(2) أ- فكك العبارة J الى جزاء عوامل

ب- بين أن $I - J = (\sqrt{3}x - 1)(\sqrt{2} - \sqrt{3})$

ج- اوجد العدد الحقيقي x بحيث : $I = J$

التمرين 4 : وحدة القيس هي الصم

ليكن ABC مثلثا بحيث $AB=4$ و $AC=6$ و $BC=7$ و $M \in [AB]$ حيث $AM=2$ المستقيم المار من M والموازي

لـ (BC) يقطع (AC) في نقطة N

(1) احسب MN ثم AN

(2) المستقيم المار من B والموازي لـ (AC) يقطع (MN) في نقطة I

أ- احسب MI ثم IB

ب- استنتج أن M منتصف $[IN]$

ج- ما هو نوع الرباعي $ANBI$ ؟ علل (3) المستقيم (BN) يقطع (IC) في نقطة O ؛

بين أن : $\frac{NO}{AI} = \frac{CO}{CI} = \frac{NC}{AC}$



الفرض التأليفي عدد 1 ** نموذج 5 **

(1) العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ (2) مبرهنة طاليس وتطبيقاتها

التمرين 1 :

نعتبر العددين الحقيقيين التاليين : $a = \frac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}}$ و $b = \frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1}$

أ- بين أن : $a = 2 + \sqrt{3}$ ب- احسب : $(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)$ ج- استنتج أن : $b = 2 - \sqrt{3}$ د- اوجد x بحيث : $\frac{x}{a} = \frac{b}{x}$

سؤال تنفيذ (+1) : هب العبارة Q التالية : $Q = \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ ؛ بين أن $Q = a - b$ ثم استنتج حساب Q .

التمرين 2 :

(1) إذا علمت أن : $|x-5| = 12$ فاحسب $\left|1 - \frac{x}{5}\right|$ بدون حساب x .

(2) اختصر إلى أقصى حد العددين C و D التاليين : $C = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{10}}}{-1/\sqrt{2}}$ ؛ $D = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{3\sqrt{20} - \sqrt{45}}$

التمرين 3 :

D هو المستقيم العددي المدرج بواسطة معين (O, I) حيث $OI = 2$ بالصم .

أ- عين النقطتين A و B من D بحيث : $x_A = \frac{7}{3}$ و $x_B = -1$ ب- احسب AB .ج- ابن النقطة M من $[AB]$ بحيث : $AM = \frac{4}{7}AB$ د- اوجد m فاصلة M .

التمرين 4 :

وحدة القيس هي الصم . ابن دائرة γ ذات المركز O والقطر $[AB]$ بحيث $AB = 8$.

أ- ابن نقطة C من γ بحيث $AC = 4$ ؛ ليكن I منتصف $[BC]$ ؛ بين أن $(OI) \parallel (AC)$ واحسب OI .ب- ما هو نوع المثلث OBC ؟ استنتج أن المثلث ABC قائم في C .ج- $[IO]$ يقطع γ في D ؛ بين أن الرباعي $ACOD$ معين.

التمرين 1 :

(1) نعتبر العددين A و B التاليين : $A = 3 \left(\frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{20} - \sqrt{45}} \right)$ و $B = 9\sqrt{\frac{28}{99}} + 8\sqrt{\frac{27}{32}} - 4\sqrt{\frac{63}{44}} - 10\sqrt{\frac{48}{50}}$

بين أن : $A = \sqrt{3}$ و $B = -\sqrt{6}$

(2) ليكن المجموع C التالي : $C = \frac{-\sqrt{6}}{\sqrt{6}-2} + \frac{2}{\sqrt{6}+2}$ بين أن : $C \in \mathbb{Z}_-$

التمرين 2 :

(1) اكتب على شكل قوة لعدد صحيح

$\sqrt{3}^{12} + \sqrt{3}^{12} + \sqrt{3}^{12}$ ؛ $5^{11} \times \sqrt{5}^{-6} \times \sqrt{5}^{-8}$ ؛ $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-6} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^6$ ؛ $\sqrt{7}^{17} \times \sqrt{7}^{-9}$

(2) توجد أكثر من اجابة صحيحة ؛ ضع حذوها نجمة :

	2^{-4}
$(\sqrt{2})^{-8} =$	$(-\sqrt{2})^8$
	16^{-1}

	$-0,2\sqrt{2}^4$
$\frac{-\sqrt{2}^4}{5} =$	$\frac{4}{625}$
	$-0,8$

التمرين 3 :

تجد أسفله مستقيما Δ مقترنا بالمعين (O,I) حيث $OI=1,8$ بالصم .

(1) عين النقاط D و C و B و A حيث $x_D = \sqrt{2}$ ؛ $x_C = 1 - \sqrt{2}$ ؛ $x_B = \frac{5}{2}$ ؛ $x_A = -\frac{7}{3}$

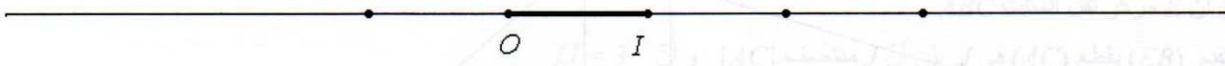
(2) احسب الابعاد AB و BD .

(3) أوجد x_E فاصلة النقطة E منتصف [AB] .

(4) أوجد x_F فاصلة النقطة F حيث $DF=3$ و x_F سالب .

(5) ابن النقطتين M و N من [AB] بحيث : $\frac{AM}{2} = \frac{MN}{3} = \frac{NB}{4}$ و $M \in [AN]$.

(6) حدد فاصلة كل من M و N .



فرض المراقبة عدد 3 ** نموذج 2 **

(1) القوى في $\mathbb{R}$ (2) الجذاعات المعتبرة (3) مبرهنة طاليس

التمرين 1 :

نعتبر العددين a و b التاليين :

$$a = (\sqrt{2})^{-4} \cdot \sqrt{80} - 2(5\sqrt{2} + 7)^{-6} \cdot (5\sqrt{2} - 7)^{-6} \quad \text{و} \quad b = \frac{1}{4}(3 - \sqrt{5})(11 + \sqrt{5}^3)$$

أ- بين ان $a = \sqrt{5} - 2$ و $b = \sqrt{5} + 2$ ثم استنتج ان a هو مقلوب b .

ب- احسب اذن $p = a^{13} \times b^{12}$

التمرين 2 :

(1) احسب :

$a = \sqrt{2}^8 + (-1)^{52}$	$b = \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \left(1 - \frac{3}{2}\right)^2$	$c = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^{-2} - \frac{5}{4}$	$d = \left(\frac{-\sqrt{15}}{\sqrt{5}}\right)^2$

$$\frac{25}{16}x^2 - \dots + 1 = (\dots x - 1)^2 \quad ; \quad 3y^2 + 2\sqrt{3}y + 1 = (\dots + 1)^2$$

$$\frac{1}{9}t^2 - \frac{5}{3}t + \dots = \left(\dots - \frac{5}{2}\right)^2 \quad ; \quad 4m^2 - \dots = \left(2m - \frac{6}{5}\right)\left(\dots + \frac{6}{5}\right)$$

(2) املا الفراغات التالية :

التمرين 3 :

وحدة القيس هي الصم

ABCD هو متوازي الاضلاع حيث $BD=8$ و $BC=4$ و O مركزه .

1- ابن النقطة E مناظرة C بالنسبة الى B ، (EO) و (AB) يتقاطعان في G .

أ. ماذا تمثل G في المثلث AEC ؟ علل .

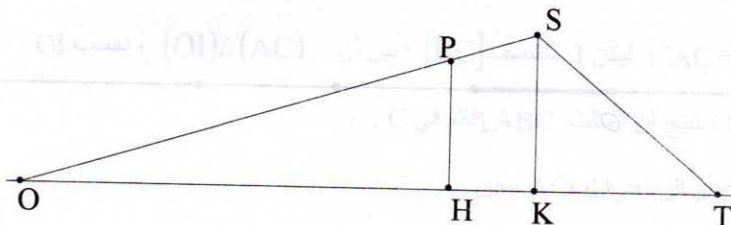
ب. (CG) يقطع (AE) في F ويقطع (BO) في I . ما هو نوع الرباعي $AFOD$ ؟ علل .

ج. احسب النسبة $\frac{GI}{GF}$.

2- M منتصف $[DC]$ ، احسب MF .

التمرين 4 :

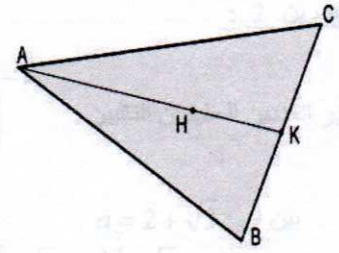
نريد حفر بئر على سفح هذه الربوة في النقطة P ؛ عمق هذه البئر هو PH وارتفاع الربوة هو SK . اذا علمت ان $PS=35m$ وان $OS=105m$ و أن $SK=48m$ فاحسب PH عمق البئر. المستقيم (OT) يمثل مستوي الماء .



التمرين 1 :

ضع علامة x في الخانة المناسبة.

$a = \sqrt{2} - 5$	$a = 2 - \sqrt{5}$	$a = \sqrt{5} + 2$	a مقلوب $\sqrt{5} - 2$ يعني:
$3a + 3b$	$3a + ab$	$b(3+a)$	$a(3+b)$ يساوي:
خطأ	صواب	$\sqrt{x^2} = x$ فإن	مهما يكن العدد الحقيقي x
خطأ	صواب	$x = y$ فإن $x^2 = y^2$ يعني	مهما يكن العددين الحقيقيين x و y
خطأ	صواب	$HK = \frac{AK}{3}$ إذن K منتصف [BC]	لدينا
خطأ	صواب		



التمرين 2 :

(1) ليكن $(x \in \mathbb{R}^*)$ و $(y \in \mathbb{R}^*)$ و العبارة : $A = \frac{(x^2 y^3)^2 (y^{-1} x^3)^{-4}}{x^{-7} y^6 (x^2 y^{-3})^{-1}}$

أ- اختصر العبارة A.

ب- احسب A إذا كان $x = \sqrt{2} - 1$ و $y = 1 + \sqrt{2}$.(2) نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث : $a = 3 + 2\sqrt{2}$ و $b = 3 - \sqrt{8}$ أ- احسب : a^2 و b^2 و $a \times b$.ب- استنتج حساب $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$

التمرين 3 :

لتكن العبارة $\xi = (3x - 2)^2 + 9x^2 - 4$

(أ) أنشر هذه العبارة.

(ب) احسب ξ إذا كان $x = (-\sqrt{2})$ (ج) فكك ξ إلى جذاء عوامل.(د) جد العدد الحقيقي x الذي يحقق : $\xi = 0$

التمرين 4 : وحدة القيس هي الصم

(1) أ- أرسم مثلثا ABI حيث $AB=6$ و $AI=5$ و $BI=3,5$. ثم ابن النقطة E من [AI] حيث $3AE = 2IA$

ب- ابن النقطة C منظرية B بالنسبة إلى I.

ج- برهن أن E مركز ثقل المثلث ABC.

(2) المستقيم (EB) يقطع (AC) في J. بين أن J منتصف [AC] وأن $IJ = 3$

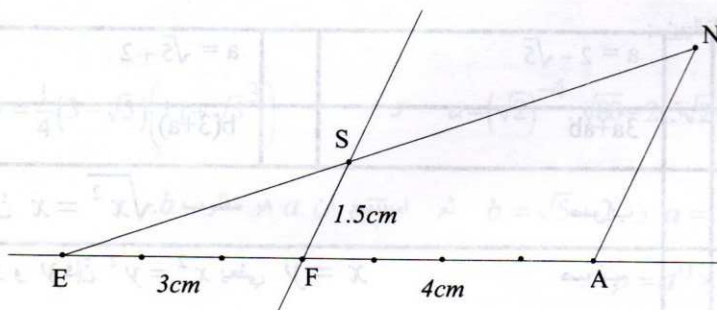
F في (EB) يقطع (AE) الموازي لـ (AC) و المار من C يقطع (EB) في F.

أن الرباعي AECF متوازي الاضلاع و استنتج FC.

فرض المراقبة عدد 3 ** نموذج 4 **

(1) القوى (2) مبرهنة طاليس (3) القطعة الرابطة بين منتصفين، ضلعين في مثلث

التمرين 1 :

المعطيات : $(SF)/(AN)$ و $SF=1.5$; $AF=4$; $EF=3$. وحدة القياس هي الصم

المطلوب :

- (1) احسب AN .
- (2) الموازي لـ (EN) والمار من A يقطع (FS) في P ؛ احسب FP .
- (3) احسب النسبة $\frac{ES}{AP}$.
- (4) (AE) يقطع (PN) في I ؛ بين ان : $IA^2 = IE \cdot IF$

التمرين 2 :

(1) نعتبر a و b و c ثلاثة اعداد حقيقية بحيث : $a = \frac{2b^3}{c}$ أ- احسب ac اذا علمت ان $b = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$.ب- احسب abc اذا علمت ان $b = \frac{\sqrt{5}}{2}$.(2) لتكن العبارة C التالية : $C = (x+5)(x-\sqrt{5}) - x + \sqrt{5}$

أ- انشر العبارة C .

ب- احسب العبارة C اذا كان $x = -\sqrt{5}$.ج- بين مفككا C الى جذاء عوامل أن : $C = (x - \sqrt{5})(x + 4)$.د- استنتج x حيث $C=0$.

التمرين 3 : اكمل الجمل التالية

في كل مثلث طول القطعة الرابطة بين منتصفين ضلعين يساوي طول الضلع الثالث

في كل مثلث المستقيم المار من منتصف ضلع و..... لحامل ضلع آخر يقطع الضلع الثالث في منتصفه

طول القطعة الرابطة بين منتصفين الضلعين الغير متوازيين في شبه المنحرف يساوي..... القاعدتين

التمرين 4 :

(1) فكك العدد 216 الى جذاء عوامل اولية ثم اكمل الفراغات التالية : $216 = 2^7 \times 3^6$ (2) أكتب في صورة قوة لعدد حقيقي : $a = \frac{5^{17} \times 0,02^{13}}{4^{-2} \times 10000^{-5}}$ و $b = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-35} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{7}\right)^{-35} \times \left(\frac{4}{49}\right)^6$ 

(1) القوى والجذاءات المعتبرة (2) مبرهنة بيتاغور (3) الدائرة المحيطة بمثلث قائم

التمرين 1 :

اكمل ب "ص" او "خ" :

.....	العدد 0,0004325 يساوي : 4325×10^{-4}
.....	إذا كان ABC مثلث بحيث : $AB = 4$ و $AC = 2\sqrt{5}$ و $BC = 6$ فهو قائم الزاوية
.....	مربع قيس طول ضلعه $2\sqrt{2}$ يكون قيس طول قطره يساوي 4
.....	مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ارتفاعه $4\sqrt{3}$ يكون قيس طول ضلعه يساوي 4

التمرين 2 :

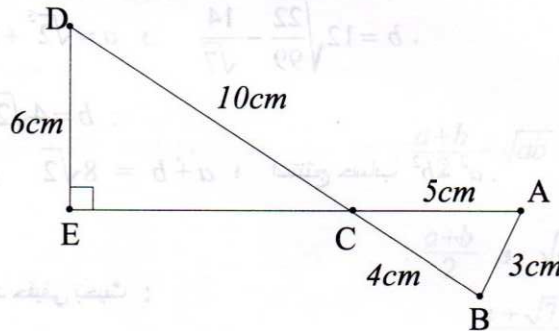
نعتبر العددين الحقيقيين التاليين : $a = \left(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3} \right)^{-1}$ و $b = \frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1}$

- بين ان : $a = 2 + \sqrt{3}$
- احسب : $(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)$
- استنتج أن : $b = 2 - \sqrt{3}$
- احسب بأيسر طريقة : $T = a^2 - b^2$ و $S = a^2 + 2ab + b^2$
- اوجد x بحيث : $(x-5)$ و (b) في تناسب طردي مع $(-a)$ و $(x+5)$

التمرين 3 :

نعتبر الشكل اسفله :

- (1) - أ) أحسب CE ب) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية ثم استنتج أن $\hat{EDC} = \hat{BAC}$
- (2) - أبين H المسقط العمودي لـ B على (AE) . احسب BH .
- (3) - استنتج حساب CH بطريقتين.
- (4) - بين أن A و B و E و D نقاط من نفس الدائرة تضبط طول قطرها



التمرين 4 :

هـب العبارتين التاليين : $A = 9x^2 - 30x + 25$; $B = (3x - 5)(x + 1)$ أ الى جذاء عوامل . بحيث يكون A و B متقابلين .

فرض مراقبة عدد 4 ** نموذج 1 **

(1) المقارنة والجذاءات المعتبرة (2) مبرهنة بيتاغور (3) الدائرة المحيطة بمثلث قائم

التمرين 1 :

اكمل بالرمز ∇ اذا كان "ص" او "خ"

خ	ص
	اذا كان $x < y$ فان $x + 2 < y + \sqrt{5}$
	$\frac{1-\sqrt{2}}{4} > \frac{1-\sqrt{2}}{3}$
	اذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في B فانه حسب بيتاغور $AB^2 + BC^2 = AC^2$
	اذا كان $2\sqrt{3}$ cm هو قيس طول ضلع مثلث متقايس الاضلاع فان طول ارتفاعه الصادر من احدى قممه هو 3 cm

التمرين 2 : وحدة قيس الطول هي الصم

لتكن [AB] قطعة مستقيم طولها 6 والنقطة C من [AB] بحيث $AC=2$ ؛ ارسم الدائرة ζ_1 التي قطرها [AB]و الدائرة ζ_2 التي قطرها [AC] ثم عين على ζ_1 نقطة M بحيث $BM=4$

(1) احسب AM

(2) المستقيم (AM) يقطع ζ_2 في نقطة ثانية N ؛ بين ان $(BM) \parallel (CN)$

(3) احسب CN و AN

(4) لتكن H المسقط العمودي لـ M على (AB) ؛ احسب MH و AH و BH

(5) المماس للدائرة ζ_1 في B يقطع (AM) في E و (CN) في F ؛ احسب ME(6) أ) بين النقاط A و N و B و F تنتمي الى نفس الدائرة ζ ؛ حدد مركز ζ .ب) $(EC) \cap (AF) = \{T\}$ بين ان T نقطة من ζ_2

التمرين 3 :

نعتبر العددين a و b التاليين : $a = \sqrt{2}^5 + 2\sqrt{7}$ و $b = 12\sqrt{\frac{22}{99}} - \frac{14}{\sqrt{7}}$ أ- اختصر a و بين ان $b = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$ ب- بين ان : $a - b = 4\sqrt{7}$ وان $a + b = 8\sqrt{2}$ ؛ استنتج حساب $a^2 - b^2$ ج- بين ان : $\sqrt{ab} = 2$

التمرين 4 : a هو عدد حقيقي بحيث :

(1) $a \leq \sqrt{5} + 1$ برهن ان $(\sqrt{5} - 1)a \leq 4$ (2) $a < 2\sqrt{3}$ برهن ان $-\sqrt{3}a > -6$ 

التمرين 1 :

(1) - أنشر $(2-\sqrt{3})^2$ ثم اختصر العدد $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

(2) - استنتج تبسيط العدد : $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

(3) - استنتج ان : $A = \sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}} = 4$ و $B = \sqrt{7-4\sqrt{3}} \times \sqrt{7+4\sqrt{3}} = 1$

التمرين 2 : وحدة قيس الطول هي الصم

نعتبر الشكل التالي حيث ADC مثلث قائم في D بحيث AD=8

و DC=6 ولتكن النقطة I من [AD] بحيث AI=3 المستقيم

المر من A والعمودي على (AD) يقطع (CI) في B

(1) احسب AB و AC و BD

(2) المستقيم المر من I والموازي لـ (AB) يقطع (BD) و (AC) على

النقطة E و F

(أ) احسب EI

(ب) بين ان I منتصف [EF] ثم استنتج EF

(ج) احسب L قيس محيط الرباعي ABDC و A قيس مساحته

التمرين 3 :

اختر الجواب السليم :

6	3	$3\sqrt{2}$	إذا كان ABCD مربعا طول ضلعه $3\sqrt{2}$ صم فان طول قطره يساوي
$2\sqrt{6}$	$\sqrt{3}$	4	إذا كان ABC مثلثا متقايس الاضلاع طول ارتفاعه صم $2\sqrt{3}$ فان طول ضلعه يساوي

التمرين 4 :

a و b عدنان حقيقيان موجبان .

(1) - بين أن : $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}$

(2) - استنتج مقارنة العددين : $\sqrt{ab}$ و $\frac{a+b}{2}$.

(3) - بين أن : $\frac{\pi+\sqrt{7}}{2} > \sqrt{\pi\sqrt{7}}$



فرض مراقبة عدد 4 ** نموذج 3 **

(1) المقارنة والجزاءات المعتبرة (2) مبرهنة بيتاغور و مبرهنة طالس

التمرين 1 :

نعتبر عددين حقيقيين موجبين قطعاً a و b حيث $a < b$. قارن مع التبرير:

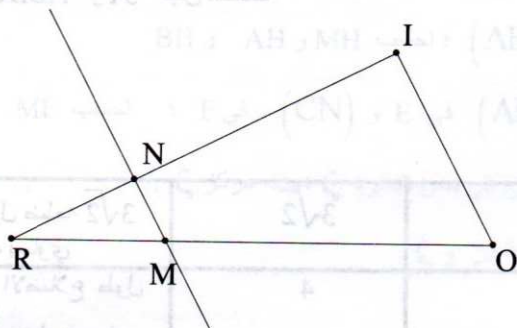
$\frac{a+b}{4} \dots\dots \frac{ab}{a+b}$	$\frac{a^2-b}{5} \dots\dots 0,2(b^2-a)$	$\frac{2}{3}a-1 \dots\dots \frac{5}{4}b+2$
---	---	--

التمرين 2 :

لتكن العبارة E التالية: $E = (2x-7)^2$.(1) أنشر العبارة E .ب- أحسب بايسر طريقة العبارة E اذا كان $x = 3,5 - \sqrt{2}$.(2) لتكن العبارة D كالآتي: $D = 4x^2 - 28x + 48$.أ- بين أن $D = 4(x-3)(x-4)$ ثم استنتج أن: $(2x-7)^2 - 1 = D$.ب- استنتج x حيث: $x^2 - 7x + 12 = 0$.ج- اوجد x حتى يكون الجدول التالي جدول تناسب طردي:

$7-x$	2
6	x

التمرين 3 : وحدة القيس هي الصم

ROI هو مثلث بحيث $RO = 10 \text{ cm}$ و $RI = 8 \text{ cm}$ و $OI = 6 \text{ cm}$ ؛ M نقطة من $[RO]$ بحيث $RM = x$ الموازي — (OI) المار من M يقطع (RI) في N .

(1) بين أن المثلث ROI قائم الزاوية.

(2) عبر عن RN و MN بدلالة x .(3) p_1 و p_2 هما على التوالي محيط المثلث RMN وشبه المنحرف MOIN. ابحث عن x حتى يكون $p_2 = p_1$.

التمرين 4 : وحدة قيس الطول هي الصم

(C) دائرة مركزها O وشعاعها 5 cm ؛ A و B نقطتان من الدائرة (C) بحيث $AB = 6 \text{ cm}$. E نقطة من الدائرة (C) بحيث AEB مثلث قائم الزاوية في A . انجز الرسم.(1) - بين أن O منتصف $[BE]$ ثم احسب AE .(2) - أبين أن O' منظرية O بالنسبة للمستقيم (AB). بين أن الرباعي $OBO'A$ معين.(3) - احسب قيس مساحة $OBO'A$.

التمرين 1: →

نعتبر العددين الحقيقيين a و b التاليين : $a = 3\sqrt{20} - \sqrt{54} + 2\sqrt{24} - \sqrt{125}$ و $b = 3\left(\frac{5-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}\right)^{-1}$

(1) بين ان : $a = \sqrt{5} + \sqrt{6}$ و $b = 2 + \sqrt{7}$.

(2) احسب a^2 و b^2 ثم قارنهما .

(3) استنتج مقارنة بين a و b

التمرين 2 : →

لتكن العبارة E التالية : $E = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

(1) احسب القيمة العددية للعبارة E اذا كان $x = \sqrt{2} - 1,5$.

(2) أنشر العبارة E .

(3) لتكن العبارة F التالية : $F = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1$

(أ) بين أن $F = x^2 + x - \frac{3}{4}$

(ب) فكك F الى جذاء عوامل ثم استنتج x حيث : $4x^2 + 4x - 3 = 0$.

(ج) بين ان F موجب قطعاً اذا كان $x > \frac{1}{2}$

التمرين 3 : →

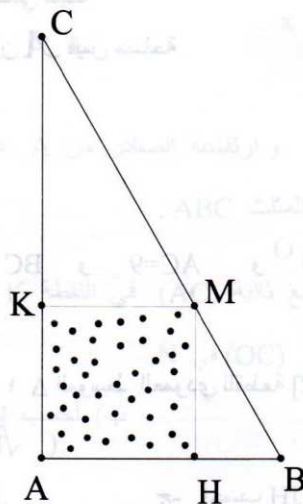
نعتبر مثلثاً ABC بحيث : $AB=6$ و $AC=8$ و $BC=10$ بالصم . أنقل هذا المثلث على ورقك باعتبار الصم كوحدة لقيس الطول .

أ- بين ان هذا المثلث قائم الزاوية

ب- ابن النقطة M من $[BC]$ المتساوية البعد d عن المستقيمين (AB) و (AC) . (فكر في الخاصية المميزة لمنصف الزاوية).

ج- بين ان الرباعي $AHMK$ مربع . (استعن بالرسم البياني التالي)

د- احسب البعد d .



فرض مراقبة عدد 4 ** نموذج 5 **

(1) المقارنة والجذاءات المعتمدة (2) مبرهنة بيتاغور و مبرهنة طالس

التمرين 1 :

نعتبر المستقيم العددي المدرج بواسطة معين (O,I) والنقطتين A و B منه بحيث : $x_A = \frac{8}{3}$ و $x_B = \left(-\frac{1}{2}\right)$ (1) ابن النقطة M من [AB] بحيث : $\frac{BM}{3} = \frac{AM}{6}$

(2) اختر المقترح السليم:

$x_M =$			AB =		
$\frac{5}{9}$	$\frac{9}{5}$	0,6	$\frac{13}{7}$	4	$\frac{19}{6}$

التمرين 2 :

نعتبر العددين الحقيقيين $a = 4 - 3\sqrt{2}$ و $b = \sqrt{14} - 2\sqrt{5}$

ماهي علامة كل من a و b ؟ علل جوابك	احسب a^2 و b^2	قارن بين a^2 و b^2 ثم استنتج مقارنة بين b و a

التمرين 3 :

لتكن العبارة E التالية : $E = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 1. احسب القيمة العددية للعبارة E اذا كان $x = \sqrt{2} - 0,5$ 2. بين انه اذا كان $x \leq -\frac{3}{2}$ فان $E \geq 1$

3. انشر العبارة E

4. لتكن العبارة F التالية : $F = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1$ (أ) بين أن : $F = x^2 + x - \frac{3}{4} = \left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$ (ب) بين انه اذا كان $x^2 \leq 1 - x$ فان $F \leq \frac{1}{4}$

(ج) وحدة قياس الطول هي الصم؛ نعتبر الشكل التالي حيث

x عدد حقيقي موجب ؛ ابحث عن x حتى تكون A قيس مساحة

المستطيل AEFD مساوية لـ $\frac{3}{4}$

التمرين 4 : وحدة قياس الطول هي الصم

ليكن ABC مثلثا بحيث : $AB=6$ و $AC=9$ و $BC = \sqrt{117}$

1. بين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

2. لتكن E النقطة من [AC] بحيث : $AE=3$ ؛ Δ المتوسط العمودي للقطعة [EC] يقطع [EC] في H و [BC] في J و [BE] في M .أ- أنجز الشكل (افترض : $\sqrt{117} = 10.8$).

ب- بين أن المستقيمين (JH) و (AB) متوازيان.

3. ما هو نوع الرباعي ABHM ؟ علل.

ج- احسب JH . د- احسب HM .



التمرين 1: اكمل ب "ص" او "خ"

القوة $(-\sqrt{5})^{-264}$ موجبة	إذا كان $AC = 1; BC = 2; AB = \sqrt{5}$ فان المثلث ABC قائم الزاوية في A
----------------------------------	--

التمرين 2:

نعتبر العددين a و b التاليين

$$a = (\sqrt{2})^{-4} \times 4\sqrt{5} - \frac{2}{(5\sqrt{2}+7)^6} \times (5\sqrt{2}-7)^{-6}$$

$$b = \frac{1}{4}(3-\sqrt{5})(11+5\sqrt{5})$$

أ- بين ان $a = \sqrt{5}-2$ و $b = \sqrt{5}+2$. استنتج ان a هو مقلوب b.ب- احسب a^2+b^2+2ab و b^2-a^2 ثم استنتج حساب $\frac{b}{a}-\frac{a}{b}$ و $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2$.ج- اوجد y بحيث $2\sqrt{5}y^2+a^2=b^2$.

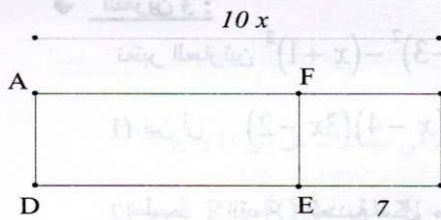
التمرين 3:

لتكن العبارة C التالية: $C = (5x-2)^2 - 16$.

(1) أ- انشر واختصر العبارة C . ب- فكك العبارة C الى جذاء عوامل . ج- احسب العبارة C اذا كان $x = \frac{-\sqrt{2}}{5}$.

(2) لتكن العبارة D كالتالي: $D = (25x^2 - 20x - 12) - x(5x - 6)$.أبين مفككا العبارة D الى جذاء عوامل ان: $D = 2(5x-6)(2x+1)$.ب- استنتج x حيث: $10x^2 - 7x - 6 = 0$.

ج- تأمل الشكل البياني التالي حيث وحدة قياس الطول هي الصم و العدد x موجب ؛ ابحث عن x حتى تكون مساحة المستطيل AFED مساوية لـ 6 علما ان المستطيل BCEF ابعاده 7 و x .



التمرين 4: وحدة قياس الطول هي الصم

ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A وارتفاعه الصادر من A هو [AH] .

(1) اذا علمت ان $AB=9$ و $AH=8$ فابن المثلث ABC .(2) ابن الدائرة Γ ذات القطر [AB] والمركز O .(أ) بين أن H نقطة من Γ . (ب) Γ تقطع ثانية (AC) في النقطة K بين أن المثلث ABK قائم في K .

(3) (AH) يقطع (BK) في M ويقطع (OC) في N .

(أ) حدد المركز القائم للمثلث ABC . (ب) احسب AN .

التمرين 5:

ارسم قطعة [AB] طولها 8 ثم عين عليها النقطتين M و N حيث: $\frac{AM}{3} = \frac{MN}{2} = NB$ و M نقطة من [AN]

MN و AM احسب



الفرض التاليفي عدد 2 ** نموذج 2 **

1) الترتيب والمقارنة في $\mathbb{R}$ (2) العبارات الجبرية (3) مبرهنات طاليس وبيتاغورس

التمرين 1:

اكتب تحت خانة الإجابة الصحيحة الرمز X

$\frac{-2}{a} \leq \frac{-2}{b}$	$a - b \geq 0$	$a \times b \leq 0$	إذا كان $a \in \mathbb{R}_+^*$ و $b \in \mathbb{R}_+^*$ حيث $a \leq b$ فإن
$a(a-b)^2$	$b(a-b)(a+b)$	$b(a-b)^2$	إذا كان $a \in \mathbb{R}$ و $b \in \mathbb{R}$ فإن $a^2b - b^3$ يساوي
10 أجزاء	9 أجزاء	8 أجزاء	لتعيين النقطتين M و N من [AB] حيث $\frac{AM}{3} = \frac{MN}{4} = \frac{NB}{4}$ و نقطة من [AN] نقسم [AB] إلى

التمرين 2:

(1) قارن بين 2 و $\sqrt{5}$ ثم بين $\sqrt{7}$ و $\sqrt{2}$ (2) ليكن العددين الحقيقيين $a = 2 - \sqrt{5}$ و $b = \sqrt{2} - \sqrt{7}$ (أ) بين أن a و b لهما نفس العلامة . (ب) بين أن $a^2 = 9 - 4\sqrt{5}$ و $b^2 = 9 - 2\sqrt{14}$ (ج) قارن بين $-2\sqrt{14}$ و $-4\sqrt{5}$ (د) قارن بين a^2 و b^2 ثم استنتج مقارنة a و b (3) ليكن $c = 3 - 2\sqrt{2}$ (أ) بين أن c عدد حقيقي موجب (ب) رتب تصاعديا a و b و c ثم رتب تصاعديا مقلوب كل من a و b و c

التمرين 3:

نعتبر العبارتين $A = (2x - 3)^2 - (x + 1)^2$ و $B = 9x^2 - 12x + 4$ (1) بين أن $A = (x - 4)(3x - 2)$ و أن $B = (3x - 2)^2$ (2) أوجد القيمة العددية لكل من A و B في حالة: $x = \frac{2}{3}$ (3) أوجد x بحيث $B = A$

التمرين 4 وحدة قياس الطول هي الصم؛

نعتبر مثلثا ABC حيث $BC = 8$ و $AC = 4$ و $AB = 4\sqrt{3}$

(1) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية . ثم ارسمه

(2) لتكن النقطة H المسقط العمودي لـ A على (BC) . بين أن $AH = 2\sqrt{3}$ و $BH = 6$

(3) الموسط العمودي لـ [BC] يقطع (BC) في O و يقطع (AB) في L

(أ) بين أن $OA = 4$ (ب) اثبت أن $\frac{OL}{AH} = \frac{2}{3}$ ثم استنتج البعد OL

التمرين 1:

نعتبر العددين الحقيقيين التاليين : $a = \sqrt{45} - (\sqrt{20} - 1)$ و $b = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{24}}{\sqrt{6}}$.

أ- بين أن : $a = \sqrt{5} + 1$ و $b = \sqrt{3} + 2$.
 ب- احسب a^2 و b^2 .
 ج- بين أن : $a < b$ ثم استنتج مقارنة بين $\frac{2}{b+\pi}$ و $\frac{\sqrt{5}}{a+1}$.

ت- احسب $(a-b)^2$ ثم استنتج مقارنة بين $9+2\sqrt{3}$ و $2(\sqrt{15}+\sqrt{5})$.

التمرين 2:

هـ العبارة E التالية : $E = (5x + 4)^2$ حيث $x \in \mathbb{R}$

أ- انشر العبارة E. ب- احسب القيمة العددية للعبارة E إذا كان : $x = \frac{2}{5} - \sqrt{2}$.

ج- استنتج مقارنة بين $21,5$ و $15\sqrt{2}$.

د- لتكن العبارة F التالية : $F = (1-x)^2 - (25x^2 + 40x + 16)$. فكك F إلى جذاء عوامل.

هـ- اوجد x بحيث $-\frac{F}{3} - 1 = 2x$.

التمرين 3:

ليكن (O, I, J) معينا في المستوي بحيث : $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ$.

أ- عين النقطة $M(4,3)$.

ب- لتكن H المسقط العمودي لـ M على (OI) و K المسقط العمودي لـ M على (OJ) ؛ ماهي احداثيات كل من H و K؟

ج- ابن النقطة N من $[OM]$ حيث $ON = \frac{2}{3}OM$ ؛ لتكن T المسقط العمودي لـ N على (OI) و R المسقط العمودي لـ N على (OJ) .

د- احسب البعد OT واستنتج فاصلة T وفق $(O;I)$ ثم احسب البعد OR واستنتج فاصلة R وفق $(O;J)$.

هـ- ماهي اذن احداثيات N؟ استنتج حساب طول القطعة $[ON]$.

التمرين 4 : وحدة قيس الطول هي الصم؛

⌋ هي دائرة ذات المركز O والشعاع 4؛ $[AB]$ هو قطر و C نقطة من ⌋ بحيث $BC = 4$.

1. H هو المسقط العمودي لـ O على (AC) ؛ بين أن H هو منتصف $[AC]$.

2. استنتج نوع المثلث ABC.

3. $[HO]$ يقطع ⌋ في D؛ بين أن الرباعي OCB D معين.

4. حدد المركز القائم للمثلث OAC.

5. (AC) يقطع (BD) في M و E منظر D بالنسبة إلى H.

أ- بين أن : $\frac{MC}{MH} = \frac{2}{3}$.

ب- استنتج أن C هو مركز ثقل المثلث EDM.



الفرض التاليفي عدد 2 ** نموذج 4 **

(1) الترتيب والمقارنة في $\mathbb{R}$ (2) العبارات الجبرية (3) مبرهنتي طاليس وبيتاغور

التمرين 1

a و b عدنان حقيقيان موجبان حيث $a < b$ ؛ علل اختصار العبارات التالية:

الاختصار	العبرة
$H = -a + 3b + 2$	$H = 2(a-b) - 3 + b + a - 1$
$K = 7$	$K = -a + b + 7 - b - a $
$L = 2a + b + 7$	$L = \sqrt{(a+b+1)^2} + -a-6 $

التمرين 2

نعتبر العددين $a = 2 + \sqrt{5}$ و $b = 3\sqrt{2}$.

(1) بَيِّنْ أَنْ $a^2 = 9 + 4\sqrt{5}$ و أَنْ $a^2 - b^2 = 4\sqrt{5} - 9$.

(2) أ. فكك الى جداء عوامل العبرة $\mathcal{F} = (ab)^2 - a^4$

ب. احسب $\mathcal{F}$. مارايك في العددين a^2 و $b^2 - a^2$

(3) أ. قارن $4\sqrt{5}$ و 9.

ب. استنتج مقارنة a^2 و b^2 ثم مقارنة a و b .

(4) أ. بَيِّنْ أَنْ $ab < b^2$. ب. استنتج أَنْ $6\sqrt{2} + 3\sqrt{10} < 18$.

ج. قارن $c = 6\sqrt{2} - 8$ و $d = 10 - 3\sqrt{10}$.

التمرين 3: وحدة قيس الطول هي الصنتمتر

ABC مثلث قائم في A بحيث: $AB=4$ ؛ $AC=3$ ؛ لنكن E نقطة من [BC].

ولنضع: $BE=x$ المستقيم الذي يمر من E ويوازي (AB) يقطع (AC) في S.

(1) عبّر عن الطول CE بدلالة x .

(2) بَيِّنْ أَنْ: $SE = 4 - 0,8x$ ، $SC = 3 - 0,6x$.

(3) احسب قيمة x ، إذا كان محيط شبه المنحرف SEBA يساوي 9.

التمرين 4: وحدة قيس الطول هي الصنتمتر

ابن مثلثا ABC بحيث: $AB=4,8$ و $AC=6,4$ و $BC=8$.

(1) بين ان المثلث ABC قائم في A

(2) عين النقطة M من [BC] بحيث $CM=5$ ،

الموازي لـ (AB) والمار من M يقطع (AC) في P.

أ. احسب CP و MP.

ب. بين ان المثلث PMB متقايس الضلعين.

(3) لنكن I منتصف [BP] ، [AI] يقطع [PM] في H.

أ. أثبت ان $\frac{IA}{IH} = 1$ ثم استنتج ان I منتصف [AH].

ب. الرباعي ABHP مستطيل ، لماذا ؟

(4) لنكن T مناظرة H بالنسبة الى B ؛ (TI) يقطع (AB) في G ، احسب AG.



التمرين 1: وحدة قياس الطول هي الصم.

ارسم قطعة مستقيم [AC] طولها 15.

(1) ابن النقطة F من [AC] بحيث $AF = \frac{2}{5} AC$ ؛ بين ان $AF=6$.

(2) O هي منتصف [AF] ؛ B نقطة من الوسط العمودي لـ [AF] بحيث $OB=6$.

أ- برهن ان : $BA=BF=3\sqrt{5}$.

ب- برهن أن : $BC=6\sqrt{5}$.

ت- بين ان : $(BC) \perp (AB)$.

(3) ابن الدائرة Γ ذات القطر [FC] ؛ Γ تقطع ثنائية (BC) في H. بين ان المثلث FCH قائم الزاوية.

أ- اثبت ان $(FH) \parallel (AB)$.

ب- احسب CH .

(4) الموازي لـ (BF) والمار من A يقطع (HF) في G. بين ان ABFG معين .

التمرين 2:

نعتبر العبارة: $A = x^2 - 6x - 27$ حيث $x \in \mathbb{R}$.

1. احسب A في الحالة $x = -2\sqrt{5}$.

2. أ. أنشر و اختصر $(x-3)^2$. ب. بين أن: $A = (x-3)^2 - 36$.

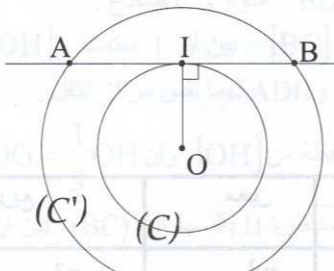
ج. فكك إذا العبارة A إلى جذاء عوامل . د. اوجد العدد الحقيقي x بحيث : $\frac{x^2}{3} = 2x + 9$.

3. لتكن العبارة $B = (x+2)^2 - A$.

أ. بين أن $B = 10x + 31$. ب. استنتج حساب العدد $b = 2015^2 - 2004 \times 2016$.

التمرين 3:

ضع العلامة ∇ في خانة الاجابة الصحيحة:

$x \leq -1$	$x > 3$	$x \geq -5$	$\frac{-2}{5}x + 3 \leq 5$ يعني
$\frac{-\pi}{a} \geq \frac{\sqrt{2}}{b}$	$\frac{\pi}{a} + \sqrt{2} \geq \frac{\pi}{b} + 1$	$\frac{5}{a} + \sqrt{2} \leq \frac{5}{b} + 1$	a و b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً بحيث $a \leq b$ ؛ لدينا
مستطيل	معين	مربع	كل رباعي محدب قطراه يتقاطعان في المنتصف ويتعامدان هو
$AB = 4\sqrt{x^2 + 1}$	$AB = 2\sqrt{2x + 1}$	$AB = x^2 - 1$	 (C) و $(x+1)$ هو شعاع (C') (x عدد حقيقي موجب)

التمرين 1: ➔

ليكن العددين الحقيقيان x و y حيث $-3 \leq x \leq -1$ و $\sqrt{3} \leq y \leq 2$.

1- لتكن العبارة H التالية : $H = xy^2 - 20 - 5x + 4y^2$

(أ) بين بالتفكيك أن : $H = (x+4)(y^2-5)$

(ب) بين أن $(x+4)$ مخالف للصفر .

(ج) اوجد حصرا لـ (y^2-5) ثم استنتج حصرا لـ H .

2- لتكن العبارة G التالية : $G = \frac{x^2 + 8x + 15}{x+4}$

(أ) بين أن : $G = x+4 - \frac{1}{x+4}$. (ب) استنتج أن $0 \leq G \leq \frac{2}{3}$

التمرين 2: ➔

لتكن العبارة A حيث : $A = \frac{3x^2 - 2}{4}$

(1) احسب العبارة A علما ان : $x = \frac{\sqrt{2}}{3}$

(2) اوجد حصرا لـ A اذا كان $-\sqrt{3} \leq x \leq -1$

(3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $\frac{3x^2 - 2}{4} \leq -\frac{1}{2}$

(4) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $A < 3x \left(\frac{x}{4} - 5 \right)$ ثم مثل مجموعة حلولها على مستقيم مدرج.

التمرين 3: ➔

وحدة قياس الطول هي الصم . يجوز استعمال الآلة الحاسبة

ABM هو مثلث بحيث $AB=10$ و $BM=8$ و $AM=6$.

(1) أ- ابن ذلك المثلث ثم بين انه قائم . ب- ابن الدائرة γ المحيطة بذلك المثلث وليكن O مركزها . علل طريقة البناء .

(2) ابن المستقيم Δ المماس لـ γ في M وليكن H المسقط العمودي لـ A على Δ .

أ- (AH) يقطع γ ثانية في F ويقطع (BM) في E ؛ بين أن M منتصف [BE] .

ب- بين أن المثلث ABE متقايس الضلعين .

ج- احسب MH و MF .

(3) المستقيمان (AM) و (BF) يتقاطعان في T ؛ احسب النسبة $\frac{AM}{AT}$

التمرين 4: ➔

ضع علامة ✓ تحت المقترح السليم

كل رباعي محدب قطراه يتقاطعان في المنتصف ويتقايسان هو	مربع	معين	مستطيل
$\frac{2}{3}x^2 - (1+x)^2$ تساوي	$-\frac{x^2}{3} - (2x+1)$	$\frac{x^2}{3} + 1$	$-\frac{x^2}{3} - 2x + 1$



التمرين 1:

(1) نعتبر الأعداد $\frac{3139}{999}$ و $\sqrt{10}$ و π ؛ أكمل:

حصر لـ $\sqrt{10}$ بمدى 0,01 هو	الرقم السابع والسبعون بعد الفاصل لـ $\frac{3139}{999}$ هو	ترتيب تنازلي للأعداد $\frac{3139}{999}$ و $\sqrt{10}$ و π هو

علما أن $\sqrt{10} = 3,16227766\dots$ و $\pi = 3,1415926535897932384626433832795\dots$

(2) جد مجموعة الأعداد الحقيقية x التي تحقق الشروط التالية ثم مثلها على المستقيم العددي مع التعليل:

أ- $E = \{x; x \in \mathbb{R}; 1 \leq x+3 \leq 10\} = \dots\dots$

ب- $F = \{x; x \in \mathbb{R}; |x-5| \leq 1,2\} = \dots\dots$

ج- حدد المجموعات التالية: $E \cup F$ و $E \cap F$

التمرين 2:

لتكن العبارة C التالية:

$$C = (x+5)^2$$

(1) أ- انشر العبارة C .

ب- أحسب العبارة C إذا كان: $x = -2\sqrt{6}$ ثم استنتج مقارنة بين 49 و $20\sqrt{6}$

ج- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $C = 0$

(2) لتكن العبارة D كالآتي:

$$D = (3x-4)^2 - x^2 - 10x - 25$$

أ- بين أن: $D = (2x-9)(4x+1)$

ب- حل في $\mathbb{R}$:

المعادلة	$D=0$	$\sqrt{(x+5)^2} = x+5$
الحل		

التمرين 3:

وحدة قياس الطول هي الصم.

نعتبر مثلثا ABC حيث $AB=7$ و $AC=9$ و $BC=8$ بالصم.

لتكن O مركز الدائرة γ المحيطة بالمثلث و لتكن H مركزه القائم و G مركز ثقله.

نعتبر النقطة D حيث $[AD]$ قطر للدائرة γ .

1- بين أن $BDCH$ متوازي الاضلاع.

2- I منتصف $[BC]$. بين أن I منتصف $[DH]$.

3- بين أن ADH و ABC لهما نفس مركز الثقل.

4- بين أن G نقطة من $[OH]$ وأن $OG = \frac{1}{3}OH$.

5- لتكن E منظر H بالنسبة إلى (BC) . بين أن $(BC) \parallel (DE)$ ثم استنتج أن $E \in \gamma$.



فرض المراقبة عدد5 ** نموذج 3 **

(1) المقارنة و الحصر والمجالات (2) الاحصاء (3) أنشطة حول الرباعيات

التمرين 1:

x و y و z أعداد حقيقية بحيث: $2 \leq x \leq 7$ و $-7 \leq y \leq -1$ و $-5 \leq z \leq 3$

اجب بـ "خطأ" أو "صواب" معلا جوابك

$0,4 \leq \frac{x(z+6)}{5} \leq 12,6$	$-49 \leq xy \leq -2$	$-35 \leq -2x + 3y \leq -7$	$9 \leq x - y \leq 8$

التمرين 2:

نعتبر العددين الحقيقيين a و b التاليين: $q = \sqrt{98} - \sqrt{18}$ و $p = (3 - \sqrt{5})^2 - 2 \cdot (2,5 - \sqrt{45})$

أ- بين أن $p = 9$ و $q = 4\sqrt{2}$.

ب- ليكن العدد الحقيقي $t = 9 + 4\sqrt{2}$ ؛ بين أن $t - 13 = 4(\sqrt{2} - 1)$ ثم استنتج أن $t > 13$.

ج- بين أن $t = (1 + 2\sqrt{2})^2$ ثم استنتج مقارنة بين $1 + 2\sqrt{2}$ و $\sqrt{13}$.

د- بين أن $\frac{1 + 2\sqrt{2}}{3} > \frac{\sqrt{13}}{\pi}$.

التمرين 3:

بعد القيام بدراسة إحصائية حول عدد الساعات الإضافية التي أنجزها مجموعة من العمال بإحدى المصانع تحصلنا على الكشف الآتي:

4 - 3 - 3 - 2 - 3 - 3 - 5 - 4 - 5 - 4 - 2 - 4

2 - 2 - 3 - 4 - 5 - 2 - 1 - 3 - 4 - 3 - 2 - 1

(1) - كم عدد عمال هذه الشركة؟

(2) - أنشئ جدول التكرارات و التكرارات التراكمية الصاعدة.

(3) - أنشئ جدول التواترات و التواترات التراكمية الصاعدة.

(4) - أحسب المعدل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية و متوسطها

(5) - أرسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة الإحصائية.

(6) - حدد النسبة المئوية لعدد العمال الذين أنجزوا 3 ساعات إضافية.

التمرين 4:

(1) أرسم متوازي أضلاع $ABCD$ بحيث $AB = 8cm$ و $AD = 4cm$ و $\angle ADC = 60^\circ$.

منصف الزاوية $\widehat{BAD}$ يقطع $[DC]$ في E . لتكن F منتصف $[AB]$. بين أن المثلث ADE متقايس الأضلاع.

(2) أ. بين أن كلا من الرباعيين $ADEF$ و $BCEF$ معين. (لتكن H و K مركزيهما على التوالي)؛

ب. أحسب DF .

(3) أ. بين أن الرباعي $BEDF$ متوازي أضلاع.

ب. استنتج أن المثلث ABE قائم الزاوية.

ج. بين أن $BH = 2\sqrt{13} cm$.

(4) أ. بين أن الرباعي EHF مستطيل.

ب. $[EF]$ يقطع $[AK]$ في T ؛ احسب BT .



التمرين 1 :

الجدول الآتي يحتوي على توزيع المرضى الذين تم علاجهم بإحدى المستشفيات و ذلك حسب أعمارهم .

الفئة : الأعمار بالسنوات	[12;16[	[16;20[	[20;24[	[24;28[	[28;32[	[32;36[
مركز الفئة						
التكرار: عدد المعالجين	6	4	22	18	38	12
التواتر بـ %						
التواتر التراكمي الصاعد بـ %						

(1) - املأ هذا الجدول.

(2) - أرسم مضع التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المئوية واستنتج قيمة تقريبية لموسط السلسلة.

التمرين 2 :

a و b عدنان حقيقيان بحيث : $3 \leq a \leq 6$ و $b \in [-5; -3]$.

(1) - اوجد حصر لـ $a+b$ و a^2 .(2) - بين أن : $-60 \leq 2ab \leq -18$ وان $9 \leq b^2 \leq 25$.(3) - لماذا لا يمكن حصر $(a+b)^2$ حسب (1) ؟ استنتج إذن من خلال (2) و (1) أن : $0 \leq (a+b)^2 \leq 43$.(4) - هل صحيح أن : $a^2 - b^2 \in [-16; 27]$ ؟ علل

التمرين 3 :

(I) حل المعادلات او المتراجحات التالية في $\mathbb{N}$

$2.5x$	$=$	$1.5x$	$+ 15$
$2.5x$	$>$	$1.5x$	$+ 15$

(II) مؤسسة تصنع علبا للتين المصبر، وتقترح نمطين من البيع:

* النمط الأول: 2,5 د للعبة الواحدة * النمط الثاني: 1,5 د للعبة الواحدة زائد مبلغ جزافي قدره 5 د.

(1) احسب ثمن 30 لعبة و ثمن 50 لعبة حسب النمط الأول، ثم حسب النمط الثاني.

(2) نرمز بـ x إلى عدد العلب المنتجة، عبر بدلالة x عن ثمنها حسب كل من النمطين.

(3) أ) كم هو عدد العلب الذي يكون فيه الثمنان متساويين ؟

(ب) ماهو الشرط الذي يكون من أجله النمط الثاني أفضل من النمط الأول بالنسبة إلى المشتري ؟

التمرين 4 :

نعتبر معينا (O, I, J) من المستوي بحيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ = 1 \text{ cm}$.(1) عيّن النقاط : $A(2;6)$ و $B(2;3)$ و $C(-2;3)$ و $M(6;3)$.أ. بين أن B منتصف $[CM]$. ب. استنتج أن المثلث ACM متقايس الضلعين.(2) ابن النقطة K بحيث يكون الرباعي $AKMC$ متوازي أضلاع و ابن النقطة F منازرة K بالنسبة إلى M .بين أن الرباعي $AMFC$ معين.(3) (BK) و (AM) يتقاطعان في النقطة G . أ. بين أن G مركز ثقل المثلث AFK . $H(6;6)$ ان (AF) يوازي (HM) بين أن H يتقاطعان في النقطة (AK) و (FC) .(4) اوجد المجموعة : $\mathcal{G} = \{N(x; y) ; x_N = 2 ; y_N \leq 6\}$.

فرض مراقبة عدد 5 ** نموذج 5 **

(1) الحصر والمجالات (2) العبارات الجبرية والمعادلات (3) أنشطة حول الرباعيات

ضع العلامة ✓ في خانة الجواب السليم

التمرين 1:

غير ممكن	$ x \geq 2$	$ x \leq 2$	$-2 \leq x \leq 2$ يعني
متوازيان أو متقاطعان أو ليسا في نفس المستوي	في نفس المستوي	متوازيان أو متقاطعان	مستقيمان في الفضاء هما
نقطة	مستقيم	مستوي	مستويان يتقاطعان حسب
$x \in]1; 2[$	$x \in [1; 2[$	$x \in [1; 2]$	$1 \leq x < 2$ يعني

التمرين 2:

لنكن العبارة E التالية : $E = (3x - 4)^2$

(1) أوجد حصرا للعبارة E إذا كان $|x| \leq 1$

(2) لنكن العبارة F التالية : $F = (3x - 4)^2 - 25x^2$

أ. بين مفككا تلك العبارة إلى جزاء عوامل ان :

$$F = -8(2x - 1)(x + 2)$$

ب. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $F = 0$

ج. تأمل الشكل التالي : ابحث عن العدد الحقيقي الموجب x حتى

يكون المربعان متناظرين مركزيا حول C

ملاحظة : $|x|^2 = x^2$

(3) - حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $\sqrt{E} > 1$

التمرين 3:

نعتبر المثلث ABD المتقايس الضلعين في A
لنكن النقطة C منظرية A بالنسبة للمستقيم (BD)

(1) بين ان الرباعي ABCD معين وليكن O مركزه .

(2) ليكن I منتصف [CD] والنقاط E و F بحيث E منظرية C بالنسبة الى D

و F منظرية B بالنسبة الى I ؛ ماهو نوع الرباعي BDFC ؟ علل

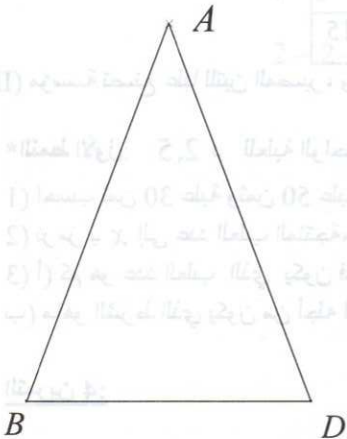
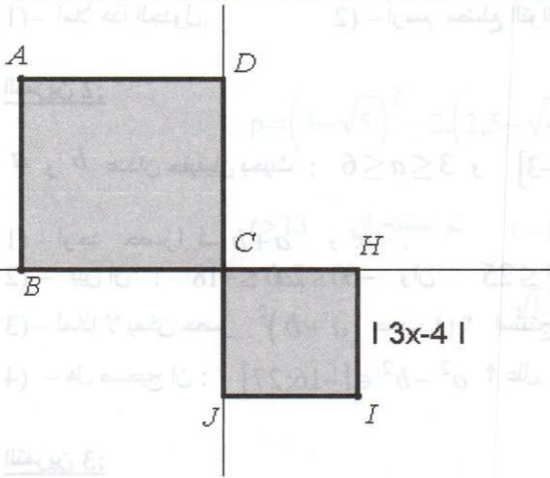
(3) استنتج ان D منتصف [AF] .

(4) بين ان $(AC) \perp (CF)$.

(5) استنتج ان الرباعي AEFC مستطيل .

(6) نعتبر (O, D, A) معينا في المستوي و G تقاطع (BD) مع (EF) . ما هي احداثيات كل من G و F معللا جوابك ؟

(7) ابن النقطة $H(-2; -1)$. بين ان AHF مثلث متقايس الضلعين .



التمرين 1: ➔

ضع العلامة ∇ يسار الاجابة الصحيحة:تقاطع المجموعتين $]-\infty; 3[$ و $]-2; 5]$ هو

$]-2; 3[$	$]-2; 3[$	$]-2; 3]$
-----------	-----------	-----------

اذا كان x عدد حقيقي بحيث $-1 \leq \frac{x+2}{-5} \leq 3$ فان

غير ممكن حصر x	$-17 \leq x \leq 13$	$-13 \leq x \leq 17$
------------------	----------------------	----------------------

بكيس 5 كجات: 3 حمراء و 2 زرقاء ؛ نسحب كجتين من الكيس الواحدة بعد الاخرى مع ارجاع الكجة الاولى الى الكيس ؛ احتمال سحب كجتين ذاتي لونين مختلفين هو :

$14/25$	$13/25$	$12/25$
---------	---------	---------

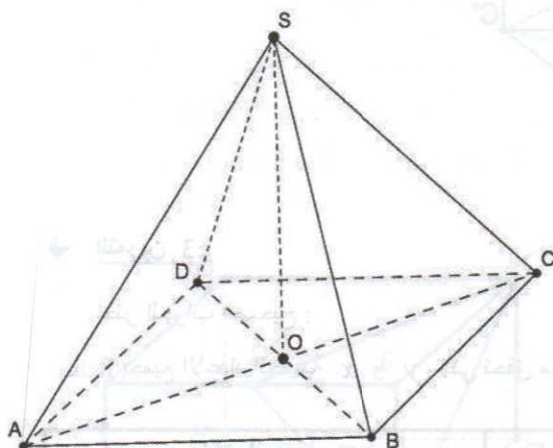
اذا كان مثلث متقايس الاضلاع طول ارتفاعه 3 فان طول ضلعه هو

$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}$
-------------	-------------

اذا كان مربع طول قطره 3 فان طول ضلعه هو

$3\sqrt{2}$	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
-------------	-----------------------	-----------------------

التمرين 2: ➔

ليكن x عددا حقيقيا حيث $x \in [-3; -1]$.1- بين ان $(x+5)$ مخالف للصفر ثم اوجد حصرا لـ $\frac{1}{x+5}$ 2- لتكن العبارة G التالية : $G = \frac{-3x-4}{x+5}$ أبين ان : $G = -3 + \frac{11}{x+5}$ ب. استنتج ان $G \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{5}{2}\right]$ 

التمرين 3: وحدة قياس الطول هي الصنمتر. ➔

يمثل الرسم هرمًا منتظمًا SABCD ؛ O هو مركز القاعدة ABCD

و $AB=6$ و $SO=4$.

المستقيم المار من O والموازي لـ (AB) يقطع (BC) في H.

1- أ. احسب OH ثم استنتج ان $SH=5$.ب. لتكن I منتصف [SH] بين ان $OI=2,5$.لتكن K منتصف [SB]. احسب SB واستنتج ان $OK = \frac{\sqrt{34}}{2}$.

ثم بين ان المثلث OKI قائم.

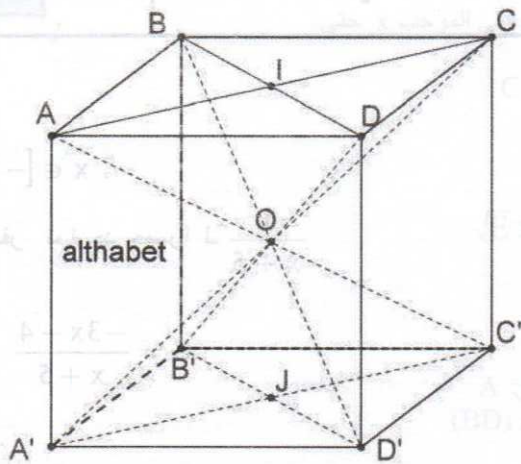
التمرين 1:

لتكن العبارتين $E = -\frac{7}{4}x + 1$ و $F = \frac{3y - 4}{5y - 7}$ حيث $x \in \mathbb{R}$ و y عدد حقيقي مخالف لـ 1,4 :

- 1- اوجد حصرا للعبارة E اذا علمت ان $|x| \leq 4$.
- 2- (أ) اذا علمت ان $y = \sqrt{2}$ بين ان $F = \sqrt{2} + 2$. (ب) استنتج مقارنة بين $3\sqrt{2} - 4$ و $5\sqrt{2} - 7$.
- 3- (أ) حل في $\mathbb{R}$: $|E| = \frac{7}{4}x - 1$. (ب) $E \geq 4 - \frac{2-x}{7}$.

التمرين 2:

- نعتبر متوازي المستطيلات أسفله $ABCD A'B'C'D'$ مركزه O ؛ I مركز الوجه ABCD و J مركز الوجه $A'B'C'D'$
- (1) برهن على أن : $(OI) \parallel (BB')$ و $(OJ) \parallel (BB')$ ثم استنتج أن النقاط J و O و I على نفس الإستقامة. (يجب تحديد المستوي الذي نشغل عليه)
 - (2) بين أن O منتصف [IJ] واحسب IJ اذا علمت ان $AA' = 6$ ؛ وحدة قياس الطول هي الصنمتر ؛
 - (3) نفترض : $BC = AB = 4\sqrt{3}$ بين ان : $AC' = 2\sqrt{33}$
 - (4) برهن أن $(AC) \perp (IJ)$ واستنتج ان : $(AC) \perp (BDD')$



التمرين 3:

اختر الجواب الصحيح :

(1) جميع الأعداد الحقيقية x و y التي تحقق ما يلي : $2x^2 + y^2 + 1 = 2xy - 2x$ هي :

$x = -2$ و $y = -1$

$x = -1$ و $y = -1$

$x = 2$ و $y = -1$

أضف تعليقك.

(2) AEFH هو هرم منتظم رأسه A ؛ المسقط العمودي لـ A على (EFG) هو :

منتصف [EF]

المركز القائم لـ EFG

مركز ثقل EFG



التمرين 1:

(1) فرق مربعي عددين صحيحين متتابعين هو 137. ما هما هذان العددان ؟

(2) أجب بـ "صواب" أو "خطأ":

(أ) إذا كان مستويان عموديين على نفس المستقيم فهما متوازيان.

(ب) إذا كان مستقيم عمودياً على مستقيم من مستوي فهو عمودي على ذلك المستوي.

(3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية: $-2 \leq \frac{|x|-5}{2} \leq 1$!!!

(4) لتكن العبارة $E = (3x-4)^2$ حيث x عدد حقيقي ؛ اوجد حصر لـ E إذا كان $|x| \leq 1$

التمرين 2:

يوجد في صندوق 14 كجة مختلفة الاوزان ومصنفة الى 4 فئات ؛ تكرر هذه الكجات حسب الوزن ببيز الجدول أسفله :

وزن الكجة (غ)	$[12;14[$	$[14;16[$	$[16;18[$	$[18;20[$
مركز الفئة				
التكرار	5	2	4	3
التكرار التراكمي				

(2) حدد فئة المنوال و Ma معدل الوزن في هذه السلسلة الاحصائية .

(3) ارسم مضلع التكرارات التراكمية

(4) نختار عشوائياً كجة من الصندوق كم هو احتمال ان تكون الكجة من ضمن اللتي وزنها اكبر من او يساوي 16 غ

(5) في البقية تعتبر 4 كجات ؛ وزن كل كجة على التوالي 13 و 15 و 16 و 19 بالغرام ؛ نضعها في الكيس ثم نسحب عشوائياً كجتين معا

أ- كم هو العدد الجملي لامكانيات السحب ؟ علل

ب- كم هو احتمال ان يكون مجموع وزنيهما فردياً ؟ علل

(6) نسحب الكجة الاولى ثم نرجعها في الكيس ثم نسحب الكجة الثانية و نسجل النتيجة

أ- كم هو العدد الجملي لامكانيات السحب ؟ علل

ب- كم هو احتمال ان يكون الفرق بين وزنيهما 3 غ ؟

التمرين 3:

وحدة قياس الطول هي الصنتمتر .

نجد في هذا الرسم متوازي مستطيلات ABCDEFGH بحيث

$AB = 4\sqrt{2}$ و $AE = AD = 6$. لتكن I منتصف $[AB]$

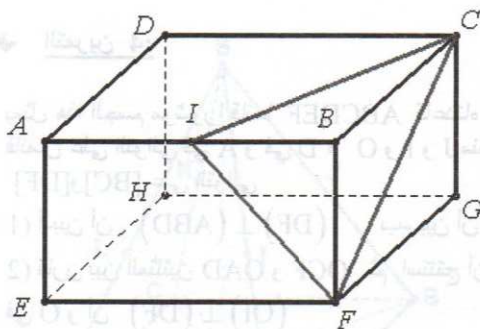
(1) أ- بين ان (AD) و (FG) مستقيمان في نفس المستوي

ب- بين ان $ADGF$ مستطيل

ج- احسب AF ثم استنتج حساب القطر AG .

(2) أ- ابن المستقيم Δ تقاطع المستويين (ADE) و (ICF)

ب- بين ان Δ يوازي (FC)



فرض المراقبة عدد 6 ** نموذج 4 **

(1) الاحصاء والاحتمالات (2) الحصر والمترجمات (3) التعمد في الفضاء

التمرين 1:

قام جهاز رادار مثبت بطريق سيارة بتسجيل سرعة 100 سيارة فتحصلت ادارة حرس المرور على الجدول التالي :

السرعة (كلم/س)	[50; 70[	[70; 90[	[90; 110[	[110; 130[
عدد السيارات	15	45	30	10
مركز الفئة				
التكرار التراكمي				
التواتر التراكمي				

(1) اوجد مدى ومنوال هذه السلسلة الاحصائية واحسب معدلها الحسابي .

(2) اكمل الجدول اعلاه.

(3) ارسم مضلع التواترات التراكمية ثم استنتج متوسط السلسلة.

(4) على هذه الطريق تشير علامة الحد من السرعة الى اقل من 110 قطعاً ؛ اذا اخترنا عشوائياً سيارة ، كم هو احتمال ان تكون مخالفة ؟

التمرين 2:

وضعنا في كيس 5 كور تحمل الاعداد التالية : -2 و 1 و 2 و $\frac{3}{2}$ و $-\frac{3}{2}$ ؛

لنعتبر التجربة العشوائية المتمثلة في سحب كرتين من الكيس بالارجاع ثم حساب مجموع العددين المتحصل عليهما .

(1) حدد مجموعة النتائج الممكنة

(2) كم هو احتمال الحصول على مجموع سالب قطعاً ؟

(3) كم هو احتمال الحصول على مجموع موجب قطعاً ؟

(4) كم هو احتمال الحصول على مجموع منعدم ؟

التمرين 3:

(1) ا. اكتب في صورة مجال كلاً من المجموعتين :

$$I = \{x \in \mathbb{R}; -1 \leq x \leq 3\} \quad \text{و} \quad J = \{x \in \mathbb{R}; 1 < x \leq 5\}$$

ب. اوجد : $I \cup J$ و $I \cap J$.

(2) اكتب في صورة مجال كلاً من المجموعتين $L = \{x \in \mathbb{R}; |x+1| \leq 2\}$ و $K = \{x \in \mathbb{R}; |x| > 5\}$

التمرين 4:

يمثل هذا الجسم مشورا قائما ABCDEF قاعدته ABC و DEF

قائمان على التوالي في A و D ؛ O و I و J منتصفات [EF] و

[BC] و [DF] على التوالي

(1) ابين أن $(DF) \perp (ABD)$ ب- بين أن $(DA) \perp (AO)$

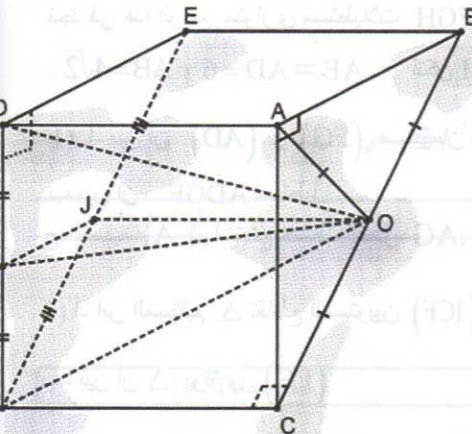
(2) قارن بين المثلثين OAD و OCF ثم استنتج أن ODF متقايس الضلعين

في O و أن $(OI) \perp (DF)$

(3) بين أن $(DF) \perp (IJ)$

(4) بين أن $(DF) \perp (OIJ)$

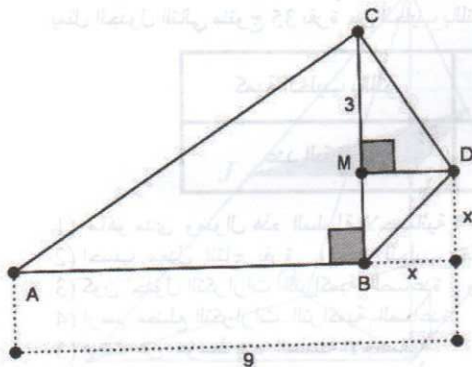
(5) استنتج الوضعية النسبية للمستويين (ABD) و (OIJ) ؟



التمرين 1: ضع علامة ✓ تحت الإجابة الصحيحة:

بكيس 3 كويرات ، واحدة تحمل الرقم 2 و كرتان تحملان الرقم 1 نسحب كرتين في نفس الوقت. احتمال الحصول على رقمين مختلفين هو :			مجموعة حلول المتراجحة $0 \leq (x-2)(3+ x+1)$ في $\mathbb{R}$ هي			إذا كان $1 \leq \frac{1}{2}\left(2-\frac{x}{2}\right)$ حيث x عدد حقيقي فإن x ينتمي إلى :		
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\mathbb{R}_-$	$[-3, 2]$	$] -\infty, 2]$	$\mathbb{R}_+$	$\mathbb{R}_-$	$[-4, +\infty[$

التمرين 2:



لتكن العبارة : $E = (9-x)(3+x) - 6x - 2x^2$

(1) أ- بَيِّنْ أَنَّ $E = 3(3-x)(x+3)$

ب- حلّ في $\mathbb{R}$: $(9-x)(3+x) = 6x + 2x^2$

(2) وحدة الطول هي الصم ؛ تأمل الشكل المقابل حيث ABC مثلث قائم في B

و $M \in [BC]$. نضع : $BM = DM = x$ ؛ $x \in]0;3[$ و $MC = 3$.

ملاحظة : الطول $MC = 3$ ثابت ولا يتغير اي ان النقطتان M و C تتحركان على المستقيم (BC) لكن البعد بينهما يساوي دائما 3

أ. أكتب بدلالة x قيس مساحة المثلث ABC .

ب- أكتب بدلالة X قيس مساحة المثلث BDC .

ج- حدّد موقع النقطة M من $[BC]$ لكي تكون مساحة المثلث BDC

مساوية لنصف مساحة المثلث ABC .

(3) لتكن E نقطة تقاطع (AC) و (MD) . بيّن أنه في حالة $x = 3$ يكون الرباعي $BDCE$ مربع.

التمرين 3:

يبرز الجدول التالي توزيع 150 عائلة من حيّ سكني حسب الاستهلاك الشهري للماء:

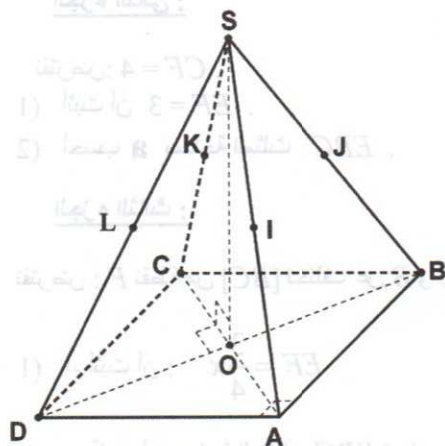
$[70, 80[$	$[60, 70[$	$[50, 60[$	$[40, 50[$	$[30, 40[$	كمية الماء (m^3)
					مركز الفئة
9	12	42	57	30	عدد العائلات
					التكرار التراكمي الصاعد
					التكرار التراكمي النازل

(1) أكمل الجدول

(3) استنتاج متوسط هذه السلسلة

للأسرة الواحدة

التمرين 4:



وحدة القيس هي الصم. نجد على يسارك هرما منتظما $SABCD$ حيث $AB = 4\sqrt{2}$ و

SO=3 ؛ اصف النقطة I و J و K و L منتصفات [SA] و [SB] و

[SC] و [SD] على التوالي.

(1) بين ان (IJ) و (KL) مستقيمان من نفس المستوي وأن $IJ=KL$.

(2) بين ان المثلث IJK قائم ومتقايس الضلعين .

(3) استنتج ان الرباعي IJKL مربع .

المدة سنة أو أقل $SA=5$ واستنتج حساب البعد OI .

بیر، طریقتهن آن (OS) یعامد (IK) .

الفرض التأليفي عدد3 ** نموذج 1 **

(1) الاحصاء والاحتمالات (2) الحصر (3) التعمد في الفضاء (4) مبرهنة بيتاغور

التمرين 1:

أكتب علامة ✓ أمام الإجابة الصحيحة:

مدى سلسلة احصائية ذات ميزة كمية هو الفرق بين اكبر واصغر تكرار	
منوال سلسلة احصائية هو القيمة الموافقة للتكرار الاكبر	
موسط سلسلة احصائية ذات ميزة كمية هو ترتيب النقطة التي فاصلتها 0.5 في مضلع التواترات التراكمية	
في الفضاء مستقيمان يعامدان نفس المستقيم هما متوازيان	

التمرين 2:

يمثل الجدول التالي منتج 35 بقرة من الحليب باللتر في الشهر الواحد :

300	250	200	150	100	75	50	كمية الحليب باللتر
2	3	8	4	5	7	6	عدد البقرات

- (1) ماهو مدى ومنوال هذه السلسلة الاحصائية ؟
- (2) احسب معدل انتاج بقرة واحدة للحليب خلال هذا الشهر
- (3) كون جدول التكرارات التراكمية الصاعدة و جدول التواترات التراكمية الصاعدة
- (4) ارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة
- (5) ابحث عن موسط هذه السلسلة الاحصائية

التمرين 3:

نعتبر العدد الحقيقي a حيث : $a \in [1; 2\sqrt{3}]$

(1) ابحث عن المجال المنتمي اليه h طول ارتفاع مثلث ABC متقايس الاضلاع طول ضلعه a

(2) استنتج حصرا لـ a قيس مساحة ذلك المثلث

(3) نعتبر مثلثا EFG اطوال اضلاعه متناسبة طردا مثنى مثنى مع اضلاع ABC ؛ اذا كان عامل التناسب يساوي 2 (اكبر من 1 اذن هو تكبير للمثلث ABC بمرتين) و a' هو قيس مساحة EFG ؛ بين ان : $\sqrt{3} \leq a' \leq 12\sqrt{3}$

التمرين 4:

وحدة قيس الطول هي الصم

تجد في الشكل المصاحب مثلثا ABC حيث : $AC = 20$ و $BC = 16$ و $AB = 12$ ؛ نقطة F من قطعة المستقيم $[BC]$ المستقيم الذي يمر من F ويعامد (BC) يقطع (CA) في E .

الجزء الأول :

- (1) أثبت أن المثلث ABC قائم في B .
- (2) أثبت أن المستقيمين (EF) و (AB) متوازيان .
- (3) احسب مساحة المثلث ABC .

الجزء الثاني :

- نفترض : $CF = 4$.
- أثبت أن $EF = 3$.
- أحسب a مساحة المثلث EBC .

الجزء الثالث :

نفترض : F نقطة من $[BC]$ تختلف عن B و C بحيث $CF = x$ ($0 < x < 16$)

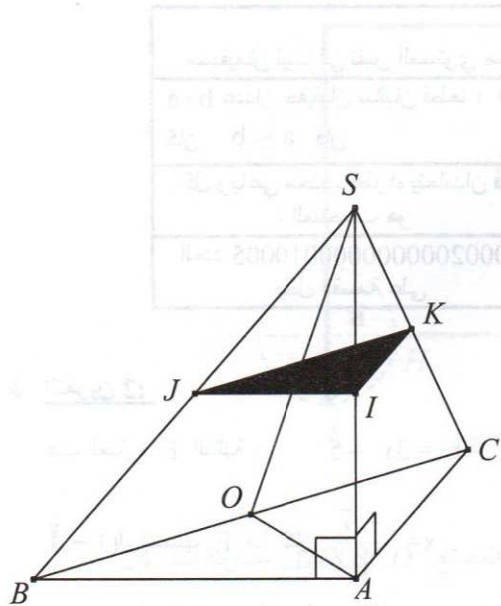
(1) أ- أثبت أن : $EF = \frac{3}{4}x$

ب- أثبت أن مساحة المثلث EBC تساوي $6x$



- (2) أ. عبر بدلالة x عن a' مساحة شبه المنحرف $EABF$.
 ب. حدد موقع النقطة F من $[BC]$ وقيمة x حتى يكون a' منعديا (أي $a' = 0$) بدون حساب .
 ج. تأكد من ذلك حسابيا

التمرين 5:



- وحدة قياس الطول هي الـ cm.
 في الرسم المقابل $SABC$ هرم قمته S وكل من المثلثات ABC و SAB و SAC قائم الزاوية في A بحيث :
 $AB = 8$ و $AC = 6$ و $SA = 2\sqrt{6}$
 النقاط I و J و K و O هي منتصفات $[SA]$ و $[SB]$ و $[SC]$ و $[BC]$ على التوالي.
 1. احسب BC و بين أن $OA = 5$.
 2. أ. بين أن : $(SA) \perp (ABC)$.
 ب. استنتج أن المثلث SAO قائم الزاوية و ان $SO = 7$.
 3. أ. بين أن : (SA) عمودي على المستقيمين (IJ) و (IK) .
 ب. استنتج أن : $(SA) \perp (IJK)$.
 ج. ما هي إذا الوضعيّة النسبيّة للمستويين (IJK) و (ABC) ؟

➡ التمرين 1:

اختر الاجوبة السليمة: (يوجد اكثر من جواب صحيح)

متقاطعان	متوازيان	لا يتقاطعان و لا يتوازيان
$\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$	$a^2 + \sqrt{2} \geq b^2 + 1$	$-a - 1 \geq -(b + 3)$
مربع	معين	مستطيل
العدد 100020000000000010005	30	45
يقبل القسمة على		

→ التمرين 2:

هـ العبارة E التالية : $E = 3x - 5$.

1- احسب E اذا كان $x = -\frac{7}{6}$

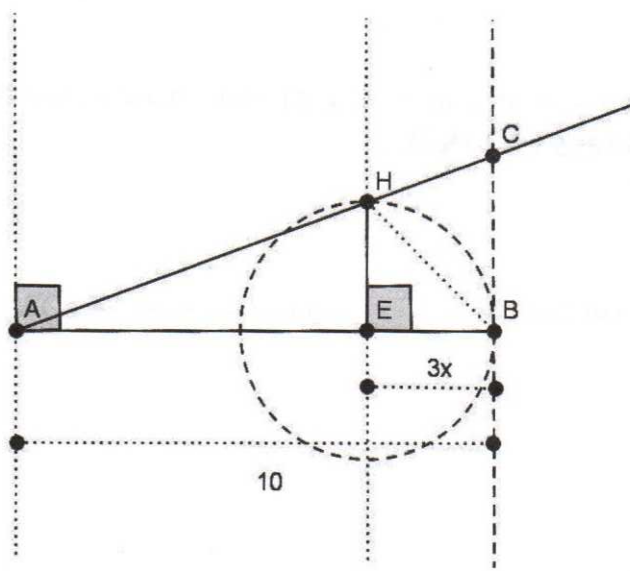
ب۔ اوجد x حيث $|E| = 1$

(2) لتكن العبارة : $F=(3x-5)^2$.

F أ- انشر العبارة

ب۔ احسب F ادا کان $F = \sqrt{2}$

ج- استنتج مقارنة بين 43 و $30\sqrt{2}$ (وحدة قياس الطول هي الصم)
(3) تأمل الشكل التالي :



$$x \in \mathbb{R}_+$$

أ. ابحث عن العدد الحقيقي الموجب x حتى يكون $\frac{1}{x}$ قياس مساحة المثلث AHE يساوي 12,5

ب- استنتج في تلك الحالة ان المثلث AHB متقايس الضلعين

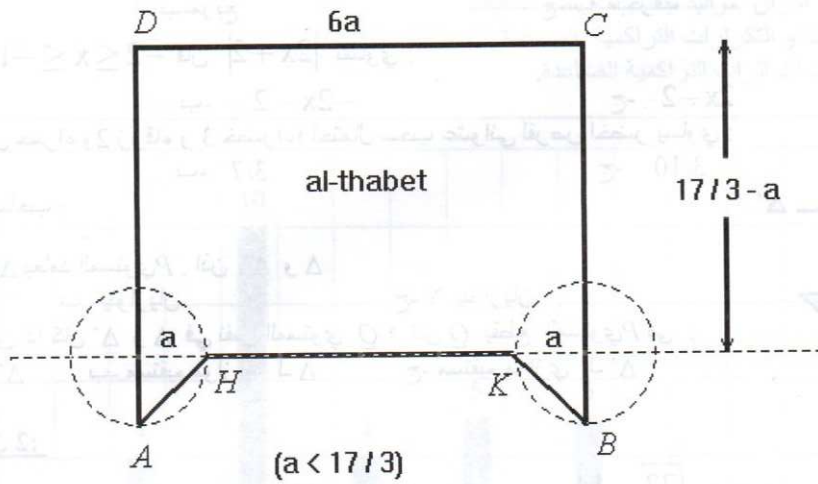
II- 1) لتكن العبارة G التالية : $G = (3x - 5)^2 - (2x + 1)^2$.

أ- يدعون مفككا G الى حذاء عوامل أن :

ب- اوجد حصرا للعبارة G اذا كان $x \in]1;2[$.



- 2) أ- برهن على أن : $G = 5x^2 - 34x + 24$
 ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $5x^2 - 34x + 24 = 0$
 ج- تأمل الشكل التالي : (وحدة قياس الطول هي الصم)
 علما أن : $6a$ هو طول المستطيل و $(17/3 - a)$ هو عرض المستطيل و $a < 17/3$



ابحث عن العدد الحقيقي a الموجب بحيث $a < 17/3$ حتى تكون S قيس مساحة المضلع $AHKBCD$ مساوية لـ 24

→ **التمرين 3:** وحدة قياس الطول هي الصم

هذا هرم منتظم $SEFG$ ارتفاعه $[SO]$ وعمده $[SH]$

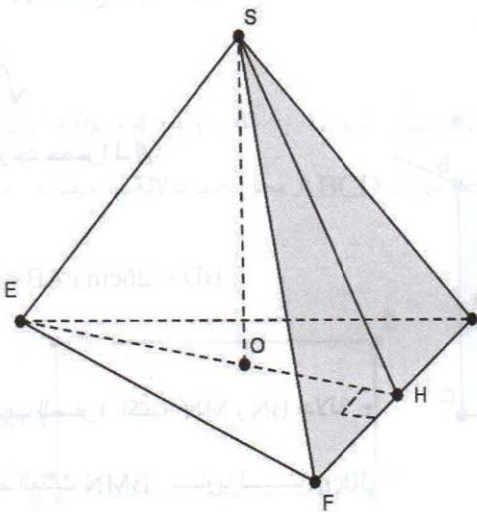
لينا $SO = \sqrt{6}$ و $EF = 3$

(1) احسب EH علما أن $[EH]$ هو الارتفاع الصادر من E في المثلث EFG

(2) احسب EO ثم SE و SH

(3) بين أن (FG) يعامد (SEH) .

(4) احسب V قيس حجم الهرم باللتر.



الفرض التأليفي عدد 3 ** نموذج 3 **

(1) الحصر (2) عبارات جبرية والقوى (3) مبرهنتي بيتاغور وطالس

التمرين 1:

ضع ✓ حذو الجواب السليم :

(1) كل رباعي محدب قطراه يتعامدان في المنتصف و يتقايسان هو :
أ-مستطيل ب-مربع ج-شبه منحرف

(2) إذا كان لدينا $-2 \leq x \leq -1$ فإن $|2x+2|$ تساوي :
أ- $2x+2$ ب- $-2x-2$ ج- $2x-2$

(3) كيس به 5 أقراص حمراء و 2 زرقاء و 3 خضراء؛ احتمال سحب عشوائي لقرص اخضر يساوي :
أ- $\frac{3}{5}$ ب- $\frac{3}{7}$ ج- $\frac{3}{10}$

(4) تأمل الرسم المصاحب :

لدينا $\Delta' \parallel P$ و Δ يعامد المستوي P . إذن Δ و Δ' :
أ-متقاطعان ب-يتوازيان ج-لا يتوازيان

(5) في الشكل السابق إذا كان Δ و Δ' في نفس المستوي Q ؛ إذن Q يقطع المستوي P في :
أ-مستقيم قاطع لـ Δ' ب-مستقيم موازي لـ Δ ج-مستقيم موازي لـ Δ'

التمرين 2:

(1) نعتبر العددين الحقيقيين a و b التاليين : $a = \sqrt{2^5} + \sqrt{28}$ و $b = 12\sqrt{\frac{22}{99}} - \frac{14}{\sqrt{7}}$

(أ) بين أن $a = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$ و $b = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$

(ج) برهن أن $\frac{b^5}{(2^{-2}a)^{-5}} = 1$

(ب) بين أن $\frac{a \times b}{4} = 1$ ثم استنتج مقلوب b .

(2) (أ) بين أن : $\sqrt{10^5} = 100\sqrt{10}$

(ب) إذا علمت أن $\sqrt{10} \in [3,16 ; 3,17]$ أوجد حصرًا لـ $100\sqrt{10}$

(ج) استنتج أن $316^2 < 10^5 < 317^2$

التمرين 3:

نعتبر : $A = x^2 + 2x - 3$ حيث $x \in \mathbb{R}$

(1) أ- احسب A إذا كان $x = \sqrt{2} - 1$

ب- بين أن : $A = (x+1)^2 - 4$ استنتج تفكيكا لـ A

حل في $\mathbb{R} : A = 0$

ج- حل في $\mathbb{R} : \sqrt{A+4} \leq 3$

(2) إذا كان $x \in \mathbb{R}$ و $|x| \leq \frac{1}{2}$ أوجد حصرًا لـ A

التمرين 4:

ABCD هو مستطيل بحيث $AB = 24 \text{ cm}$ و $BD = 26 \text{ cm}$

(1) احسب AD

(2) نفترض $BM = x$ و x موجب مخاف للصفر؛ اكتب MN و BN بدلالة x

(3) أ- اين نضع M حتى يكون $\mathcal{L}$ محيط المثلث BMN مساويا لـ 30 cm

ب- بين في تلك الحالة أن A و N و C على نفس الاستقامة

اين نضع M حتى يكون $\mathcal{A}$ مساحة المثلث BMN مساويا لـ 15 cm^2

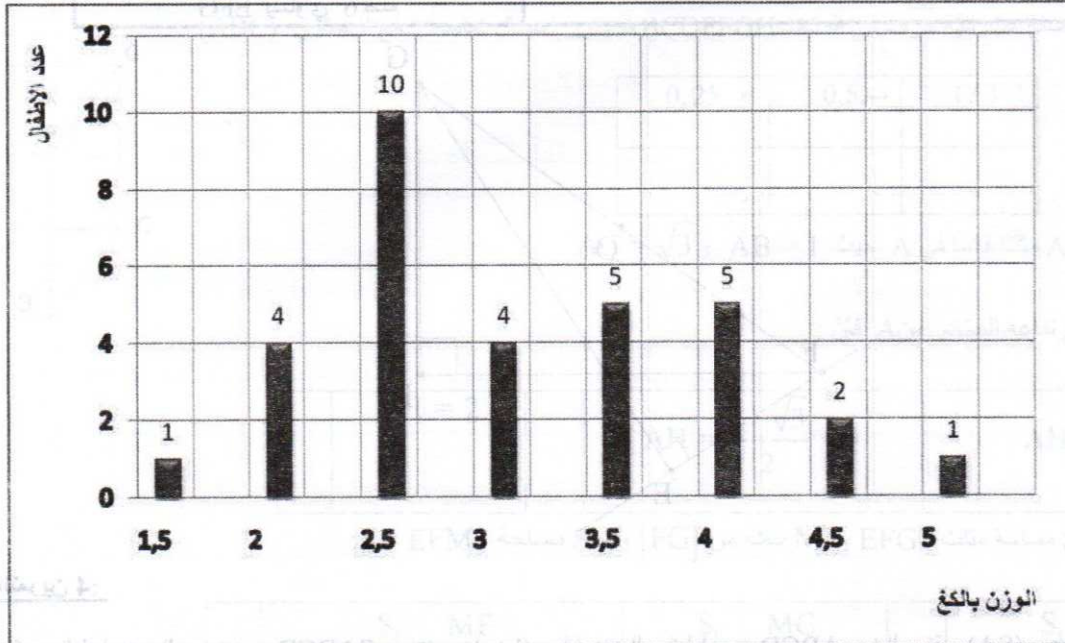


التمرين 1:

المخطط اسفله يمثل معلومات حول أوزان مواليد جدد بإحدى المستشفيات .

(1) - كون جدول التكرارات و التكرارات التراكمية الصاعدة

(2) - كون جدول التواترات التواترات التراكمية الصاعدة.



(3) - أحسب المعدل الحسابي وموسط هذه السلسلة الإحصائية .

(4) - ما هي نسبة المواليد الذين يقل وزنهم عن 4 kg ؟

التمرين 2:

لتكن العبارة $C = 3x + 5$

ب- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $C \geq 7x$

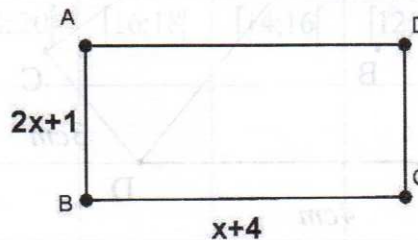
أ- احسب القيمة العددية لـ C اذا كان $x = \sqrt{7} - 1$

(2) لتكن العبارة $D = (3x + 5)^2 - x^2 + 6x - 9$

أبين ان $\frac{D}{4} = (2x + 1)(x + 4)$

ب- انشر العبارة $\frac{D}{4}$ ثم حل في $\mathbb{R}$ وبطريقتين المعادلة : $2x^2 + 9x + 4 = (x + 4)$

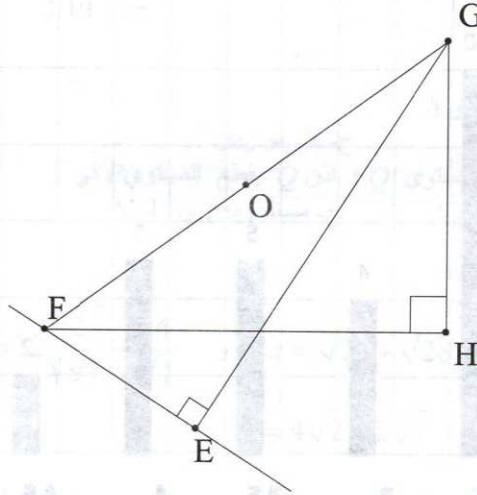
ج- وحدة قياس الطول هي الصم ؛ ابعاد المستطيل ABCD معبر عنها بدلالة x حيث x عدد حقيقي موجب ؛ ابحث عن x حتى تكون $\mathcal{A}$ قيس مساحة ABCD مساوية لـ 4



→ التمرين 3: وحدة قياس الطول هي الصم

نعتبر الشكل المصاحب بحيث EFG و FGH مثلثان قائما الزاوية على التوالي في H و E و $GF=12$. علل صحة هذه الجملة :

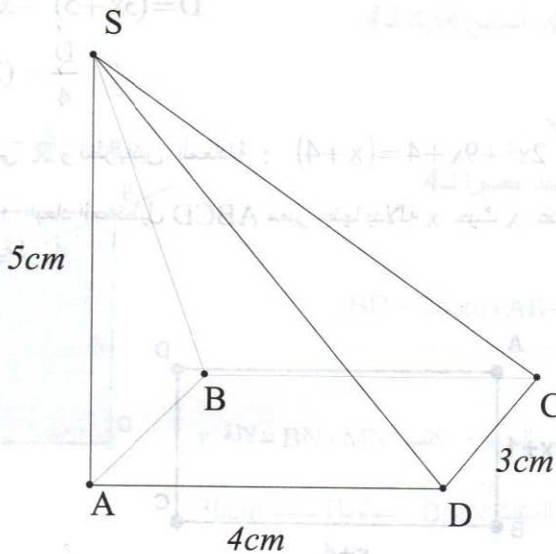
الجملة	التعليل
$OE=OF=OG$	
EOH مثلث متقايس الضلعين	
شعاع الدائرة المحيطة بـ FGH و EFG يساوي 6 صم	



→ التمرين 4:

وحدة قياس الطول هي الصم ؛ SABCD هو هرم راسه S وقاعدته المستطيل ABCD ؛ المستقيم (SA) عمودي على المستوي (ABC) في A والابعاد هي : $SA=5$ و $AD=4$ و $AB=3$

- (1) بين ان المستقيم (AD) يعامد المستوي (SAB)
- (2) بين ان المستقيم (AD) يوازي المستوي (SBC)
- (3) ما هو تقاطع المستويين (SAB) و (SCD) - ارسمه
- (4) بين ان $SC = 5\sqrt{2}$



التمرين 1:

ضع علامة (ص) أمام الإجابة الصحيحة

(1) نعتبر $x \in \mathbb{R}$ بحيث $x > 1$ لدينا :

أ. $\frac{1}{x} \in]1; +\infty[$. ب. $\frac{1}{x} \in]0; 1[$. ج. $\frac{1}{x} \in]-\infty; 1[$.

(2) لو اخترنا بصفة عشوائية حرف في المكعب ABCDEFGH يكون احتمال تعامده مع المستوي (ABC)

أ. $1/3$	ب. 0,5	ج. 0,25

(3) إذا كان ABC مثلثاً قائماً في A بحيث $AB = 1$ و $AC = \sqrt{3}$

و [AH] هو ارتفاعه الصادر من A فإن :

أ. $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$	ب. $AH = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$	ج. $AH = 2$
------------------------------	--------------------------------	-------------

(4) إذا كانت S مساحة مثلث EFG و M نقطة من [FG] و S_1 مساحة EFM فإن :

$\frac{S_1}{S} = \frac{MF}{FG}$	$\frac{S_1}{S} = \frac{MG}{FG}$	$\frac{S_1}{S} = \frac{FG}{MG}$
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------

التمرين 2:

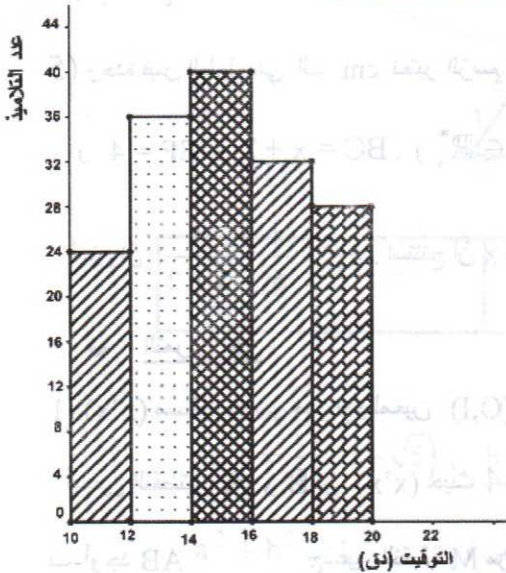
يمثل مخطط المستطيلات التالي توزيعاً للوقت بالدقائق للمسافة التي يقطعها تلاميذ قرية بين المنزل و المدرسة

(1) استعن بالمخطط و اتمم الجدول أسفله

(2) حدد مدى و فئة منوال و المعدل الحسابي لهذه السلسلة

(3) مثل هذه السلسلة بمضلع التكرارات التراكمية الصاعدة ثم استنتج متوسط هذه السلسلة

(4) نختار عشوائياً تلميذاً من المدرسة ؛ ما هو احتمال أن يكون من الذين قطعوا المسافة في أكثر من 16 دقيقة ؟



التوقيت (دق)	[10;12[	[12;14[	[14;16[	[16;18[	[18;20[	المجموع
عدد التلاميذ						
التكرار التراكمي						

التمرين 3:

ABCD مربع مركزه O و $AB = 6\sqrt{2}$ و $SO = 8$

(I) بين أن $AC=12$ ثم أوجد OC (2) احسب OC إذا علمت أن $AC=12$ (3) احسب OC إذا علمت أن $AC=12$ (4) احسب OC إذا علمت أن $AC=12$

(2) بين أن SOC مثلث قائم في O ثم بين أن $SC = 10$

(3) M نقطة من [SC] حيث $CM = 2$ و H المسقط العمودي لـ M

على (OC) و N المسقط العمودي ل M على (SO)

أ- بين أن $(MH) // (SO)$. أوجد CH و MH

ب- بين أن الرباعي ONMH مستطيل

(4) منتصف $[BC]$ و G نقطة تقاطع (DI) و (CO) ؛ أوجد OG

(5) أوجد زوج إحداثيتي النقاط M و G في المعين (O, C, S)

→ التمرين 4:

(1) لتكن العبارة A التالية $A = x^2 + 2x - 24$

أوجد القيمة العددية للعبارة A إذا علمت أن $x = \sqrt{2} + 3$

(2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $A < x^2$

(3) بين أن $(x+1)^2 - 25 = A$

استنتج أن $A = (x - 4)(x + 6)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A = 0$

(4) $x \in [-1; 2]$ ؛ أوجد حصرا لـ $x-4$ و $x+6$ ثم حصرا للعبارة A

(5) وحدة قياس الطول هي الـ cm نعتبر الرّسم المقابل حيث $AB = 6$ و $AE = x$

$(x \in \mathbb{R}_+^*)$. $BC = x + 2$, $EF = 4$,

أ. بَيِّنْ أَنَّ $\frac{x}{6} = \frac{4}{x+2}$. ب. اسْتَنتِجْ أَنَّ x حَلٌّ لِّلْمَعَادَلَةِ $A = 0$. ج. احْسِبْ اذْنِ مَحِيطِ المثلث ABC .

التمرين 5:

(1) $(x'x)$ مستقيم عددي مدرج بالمعين (O,I)

أ- عين النقطتين A و B من (x', x) حيث $x_A = -4$ و $x_B = 5$

ب-أوجد AB ج-عين النقطة M من [AB] حيث $\frac{AM}{4} = \frac{MB}{2}$ د-أوجد AM ثم استنتج x_M فاصلة M

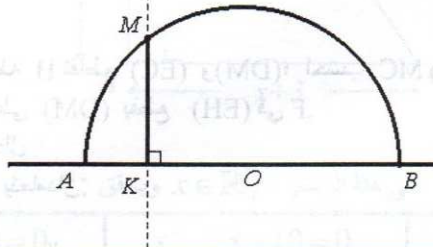
ج- عين النقطة M من [AB] حيث $\frac{AM}{4} = \frac{MB}{2}$



التمرين 1:

ضع علامة ✓ امام الجواب السليم :

اذا كان $BK = 3 + \sqrt{2}$ و $AK = 3 - \sqrt{2}$ فان



$MK = \sqrt{2}$	$MK = 6 - 2\sqrt{2}$	$MK = \sqrt{7}$
-----------------	----------------------	-----------------

اذا كان لدينا : $|x| \leq 2$ و $x \in \mathbb{Z}$ فان

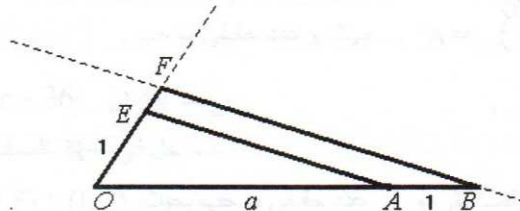
$x \in \{ \}$	$x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$	$x \in [-2; 2]$
---------------	-----------------------------	-----------------

Δ هو المستقيم العددي المدرج بالمعيار (O, I) .

النقطتان B و A من Δ حيث : $x_B = 2$ و $x_A = \sqrt{5}$ لدينا :

$AB = 2 - \sqrt{5}$	$AB = \sqrt{5} - 2$	$AB = 2 + \sqrt{5}$
---------------------	---------------------	---------------------

a عدد حقيقي اكبر من 1 و $(EA) \parallel (FB)$ اذن :



$EF = \frac{1}{a}$	$EF = \sqrt{a}$	$EF = \frac{2}{a^2}$
--------------------	-----------------	----------------------

التمرين 2:

نعتبر الأعداد الحقيقية a و b و c حيث : $a = \frac{1}{4}(-1 + \sqrt{5})$; $b = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}}$; $c = -\frac{1 + \sqrt{5}}{4}$

- (1) احسب a^2 و b^2 .
 (2) بين أن : $a^2 + b^2 = 1$.
 (3) احسب $a + c$ و $a \times c$.
 (4) استنتج ان : $a^{-1} + c^{-1} = 2$.

التمرين 3:

لتكن العبارة E التالية : $E = x^2 - 6x + 8$ حيث $x \in \mathbb{R}$

- (أ) احسب القيمة العددية للعبارة E اذا كان : $x = \sqrt{2}$.
 (ب) بين ان : $(x - 4)(x - 2) = E$.

استنتج حصرا للعبارة E اذا كان : $x \in [-3; 1]$

وجد العدد الحقيقي x الذي يحقق المعطيات الهندسية التالية :

المعيار $(O; I)$ في المستوي النقط (A(x; x+8) و B(1; 7-x) و O على نفس الاستقامة

(هـ) لتكن العبارة F كالاتي : $F = -3x^2 - 10x + 7$ ؛ بين أن $E \geq F$ مهما كان العدد الحقيقي x .

⊙ **التمرين 4:** وحدة قيس الطول هي الصم

نعتبر مثلثا ABD قائم الزاوية في D وحيث $DA = 12$ و $DB = 16$.

1- أ) ابن ذلك المثلث .

ب) احسب AB.

2- أ) ارسم النقطة C من [BA] حيث $BC = 8$ ثم ارسم الدائرة (C) ذات القطر [BC] ؛ الدائرة (C) تقطع ثنائية (BD) في E .
ب) اثبت ان المثلث BEC قائم الزاوية في E .

ج) استنتج ان $(CE) \parallel (AD)$.

د) احسب BE و EC .

3- لتكن M منتصف [AB] والنقطة H تقاطع (EC) و (DM) ؛ احسب MC و CH .

4- المستقيم المار من B والعمودي على (DM) يقطع (EH) في F .

أ) ماذا تمثل H في المثلث BDF ؟ علل

ب) استنتج ان (BH) و (DF) يتعامدان.

⊙ **التمرين 5:** وحدة قيس الطول هي الصم

يمثل الرسم هрма منتظما SEFG حيث O هو مركز القاعدة EFG و $SO = 4$ و $EF = 2\sqrt{6}$.

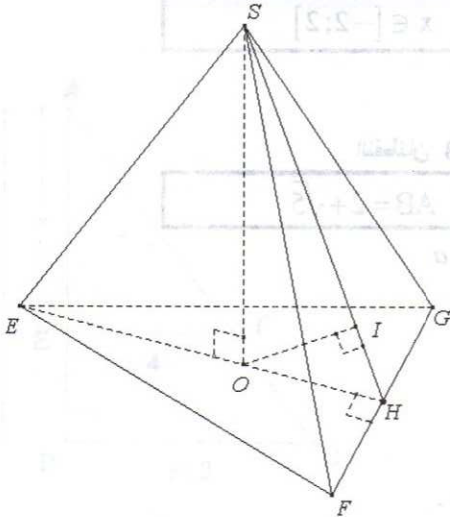
H هي منتصف [FG] و I هي المسقط العمودي لـ O على [SH]

1) احسب EH ثم استنتج أن $OH = \sqrt{2}$.

2) بين ان $SF = 2\sqrt{6}$ ثم استنتج SH طول عمود الهرم.

3) بين ان $OI = \frac{4}{3}$.

4) بين ان (FG) يعامد المستوي (SEH) .



نموذج 2

امتحان شهادة ختم التعليم الاساسي • اختبار الرياضيات •

→ **التمرين 1:**

ضع علامة ✓ امام الجواب السليم :

كل رباعي محدب اضلاعه متقايسة هو:

مستطيل	معين	مربع
--------	------	------

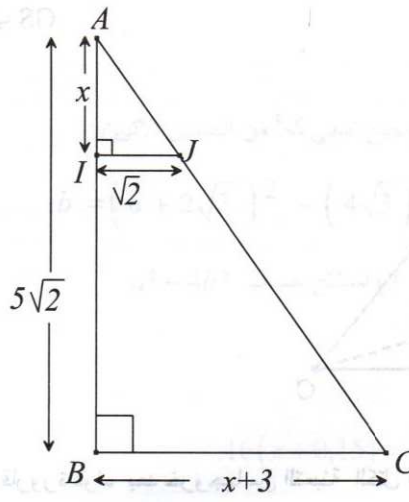
اذا كان : $|x^2 - 4| = 5$ و $x \notin \mathbb{N}$ فان:

$x \in \{ \}$	$x \in \{-3; -1\}$	$x = -3$
---------------	--------------------	----------

منتصف الوتر في المثلث القائم هو:

مركز الدائرة المحيطة به	مركزه القائم	مركز ثقله
-------------------------	--------------	-----------





في هذا الرسم $x \in \mathbb{R}_+$ وحقق :

$x^2 + 3x + 10 = 0$	$x^2 - 3x + 10 = 0$	$x^2 + 3x - 10 = 0$
---------------------	---------------------	---------------------

⊙ **التمرين 2:**

نعتبر العددين : $c = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12} - 9$ و $d = \sqrt{75} + \sqrt{48} - 7\sqrt{3} - 3$

(1) بين ان $c = 6\sqrt{3} - 9$ و $d = 2\sqrt{3} - 3$. ب- ماهي علامة كل من c و d ؟ علل

(2) بين ان خارج القسمة $\frac{c}{d}$ هو عدد صحيح.

(3) استنتج مقارنة بين c و d

➔ **التمرين 3:**

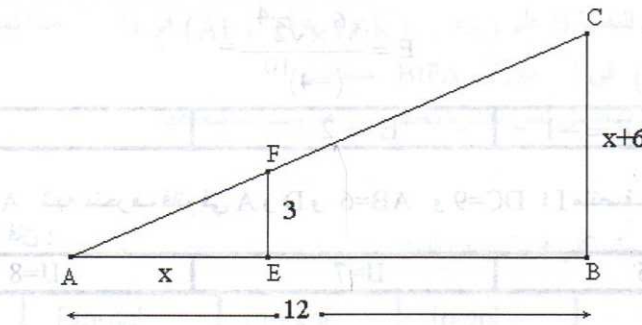
لتكن العبارة : $A = (x + 3)^2 - 45$ حيث x عدد حقيقي موجب .

(1) أ- احسب A عندما $x = \sqrt{7} - 3$. ب- بين ان $A = x^2 + 6x - 36$

ج- فكك الى جذاء عوامل العبارة A . د- حل في $\mathbb{R}_+$ المعادلة $A = 0$.

(2) في الرسم التالي وحدة قياس الطول هي الصنمتر و x عدد حقيقي موجب بحيث $(EF) \parallel (BC)$ و $EF = 3$.

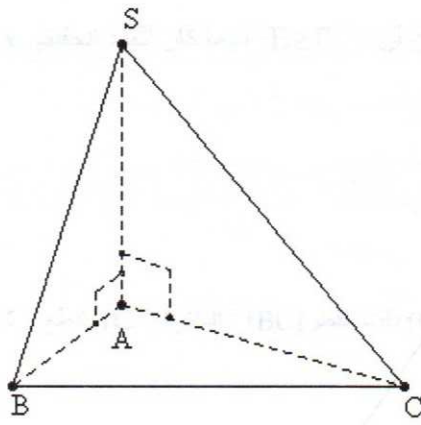
أ- بين ان : $x^2 + 6x - 36 = 0$. ب- أوجد x في تلك الحالة .



⊙ **التمرين 4:**

وحدة قياس الطول هي المم ؛ يمثل الرسم التالي هرمًا SABC رأسه S وحيث وجهاه SAB و SAC مثلثان قائمان في A .

(2) اذكر ما يلي : $AS = 65$ و $AB = 32$ و $AC = 60$ و $BC = 68$ ؛ بين ان ABC مثلث قائم .
(3) احسب حجم الهرم SABC باللتر .



(4) G مركز ثقل المثلث ABC ؛ احسب GS

التمرين 5:

سجلت مصلحة مراقبة عند وزن 25 قارورة دواء بعد خروجها من التعبئة الكتل التالية بالغرام :

101 - 95 - 97 - 101 - 99 - 103 - 93 - 97 - 106 - 100 - 97 - 104 - 95

105 - 103 - 97 - 100 - 106 - 94 - 99 - 101 - 92 - 104 - 102 - 103

الكتلة (غرام)	[92;95[	[95;98[	[98;101[	[101;104[	[104;107[
التكرار					
التكرار التراكمي الصاعد					

(1) اكمل الجدول ثم ارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة .

(2) استنتج متوسط هذه السلسلة

(3) نختار عشوائيا قارورة ؛ كم هو احتمال ان تزن اقل قطعا من 101 غرام

نموذج 3

امتحان شهادة ختم التعليم الاساسي • اختبار الرياضيات •

التمرين 1: ضع علامة ✓ امام الجواب السليم :

كل رباعي محدب قطراه متقايسة هو:

مستطيل	رباعي محدب	مربع
--------	------------	------

$$E = \frac{8^6 \times \sqrt{2}^4}{(-4)^{10}} =$$

$E = -1$	$E = 2$	$E = 1$
----------	---------	---------

اذا كان ABCD شبه منحرف قائم في A و D و AB=6 و DC=9 ؛ I منتصف [AD] و J منتصف [BC] فان :

IJ=7,5	IJ=7	IJ=8
--------	------	------

العدد 3 هو حل للمراجعة :

$x+2 \leq 2x$	$5-x \leq 1$	$2x-3 > 5$
---------------	--------------	------------

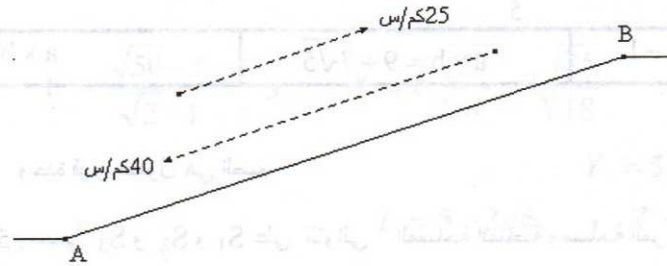


⊙ التمرين 2 :

- (1) اكتب على الشكل $p\sqrt{3}$ حيث p عدد صحيح نسبي كلاً من العددين الآتيين:
 $a = \sqrt{27} + 7\sqrt{75} + \sqrt{300}$ و $b = (6 + 2\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{3})^2$
- (2) تحقق من أن $\frac{a}{b}$ هو عدد طبيعي. (3) استنتج حساب $a^2 - 4b^2$
- (4) بين أن $\frac{3}{b} - \frac{6}{a} = 0$

⊙ التمرين 3:

- (أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $16(x + 0,15) = 40x$
- (ب) يصعد نزار العقبة [AB] على دراجته بسرعة 16 كم/س ثم يهبطها بسرعة 40 كم/س؛ إذا علمت أن المدة الزمنية للصعود تزيد عن المدة الزمنية للنزول بـ 9 دقائق؛ كم هو طول المسافة AB؟



⊙ التمرين 4:

- وحدة قياس الطول هي الصنمتر. يتم انجاز الرسم بالترج مع الاسئلة.
- C دائرة ذات المركز O والشعاع 3 ، [AB] هو قطر فيها و C نقطة منها بحيث $AC=3$.
- (1) أ- ما هو نوع المثلث ABC ؟ علل .
 ب- بين أن $BC = 3\sqrt{3}$
- (2) E نقطة من نصف المستقيم [AC] بحيث $CE=9$.
 أ- احسب EB .
 ب- استنتج أن (BE) مماس للدائرة C في B .
- (3) العمودي على (AB) في A يقطع (BC) في P . احسب AP .
- (4) K هو المسقط العمودي للنقطة B على (PE) . (BK) يقطع (AE) في H . ماذا تمثل H في المثلث BPE ؟ علل.
- (5) (PH) يقطع (BE) في I . بين أن BIPA مستطيل .
- (6) بين أن B و C و K و E نقاط من نفس الدائرة تحدد مركزها وتضبط شعاعها.

⊙ التمرين 5:

يبرز الجدول التالي توزيع متساكني قرية حسب السن

الاعمار بالسنة	[0;20[	[20;40[	[40;60[	[60;80[	[80;100[
عدد الافراد	200	260	180	100	60
التكرارات التراكمية الصاعدة					
التكرارات التراكمية النازلة					

- (1) اكمل الجدول.
- (2) ابن مصلحي التكرارات التراكمية النازلة والصاعدة .
- (3) احسب متوسط هذه السلسلة .
- (4) احسب المعدل الحسابي لهذه السلسلة .

التمرين 1:

ضع علامة ✓ امام الجواب السليم :

اذا كان العدد $213a62b$ يقبل القسمة على 12 و 15 في نفس الوقت فان

$a = 1 ; b = 0$	$a = 0 ; b = 0$	$a = 1 ; b = 1$
-----------------	-----------------	-----------------

اذا كان ABC مثلثا قائما في A و H المسقط العمودي لـ A على الوتر $[BC]$ فان

$AH^2 = \frac{BC \times \sqrt{3}}{2}$	$AH^2 = BH \times CH$	$AH^2 = AB \times AC$
---------------------------------------	-----------------------	-----------------------

اذا كان $a = \frac{3\sqrt{3} + 4\sqrt{2}}{5}$ و $b = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ فان

$a \times b = -1$	$a \times b = 9 + 7\sqrt{5}$	$a \times b = 1$
-------------------	------------------------------	------------------

التمرين 2 : وحدة قياس الطول هي الصم

هذا المربع طول ضلعه 5. نسمي S_1 و S_2 و S_3 على التوالي المساحة المنقطعة ومساحة المربع الداخلي ومساحة المربع الكبير.

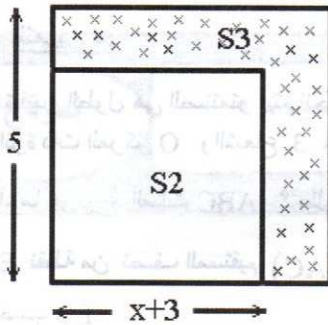
(1) بين ان $S_3 = 25 - (x+3)^2$

(2) احسب S_3 اذا كان $x = \sqrt{2}$

(3) فكك S_3 الى جذاء عوامل.

(4) حل في $\mathbb{R}^+$ المعادلة : $(2-x)(x+8) = 0$

(5) كيف نتوقع هذا الحل بدون حل المعادلة ؟



التمرين 3:

ليكن Δ المستقيم العددي المدرج بالمعین (O,I) بحيث $OI=2,4$ صم

(1) عين النقط H و G و F و E حيث $x_E = \sqrt{2}$, $x_F = -\frac{7}{3}$, $x_G = \frac{5}{2}$ و H منتصف $[GF]$.

(2) حدد فاصلة H .

(3) احسب الأبعاد GF و IF و GE .

(4) أوجد فاصلة النقطة S علما ان $S \in [OF]$ و $GS=4$.

(5) ابن النقطة K من $[GF]$ بحيث $GK = \frac{3}{5}GF$ بين ان $x_K = -0,4$.

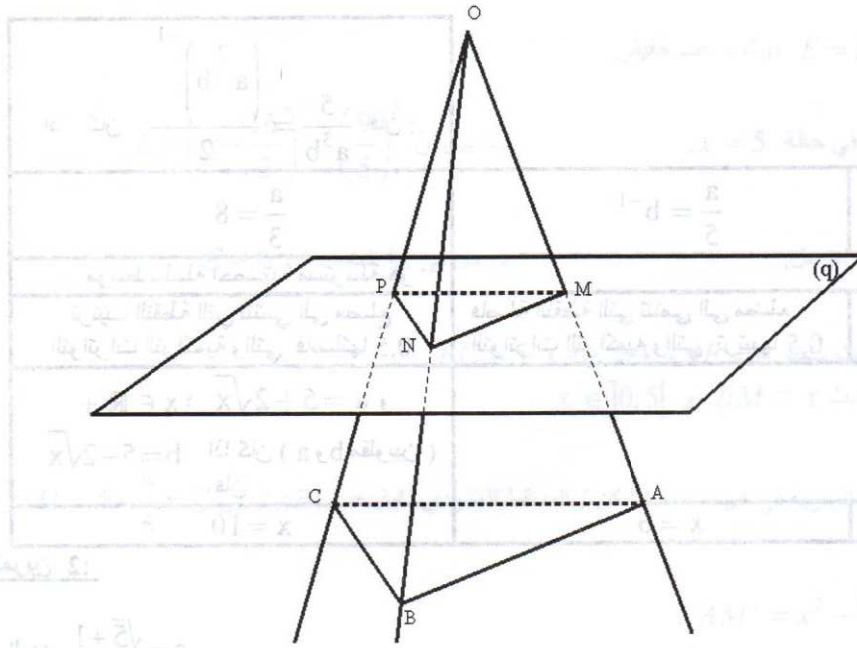
التمرين 4 :

نجد في الرسم الموالي هراما $OABC$ رأسه O ومستويا (q) موازيا للمستوي (ABC) ؛ نسمي M و N و P الاحرف $[OA]$ و $[OB]$ و $[OC]$ تقطع (q) على التوالي في M و N و P .

(1) بين ان $(PM) \parallel (AC)$ وان $(MN) \parallel (AB)$ وان $(PN) \parallel (BC)$

(2) استنتج ان : $\frac{MN}{AB} = \frac{PN}{BC} = \frac{PM}{AC}$





→ **التمرين 5 :**

نعتبر العددين X و Y التاليين : $X = 6\sqrt{\frac{27}{8}} - 3\sqrt{\frac{75}{18}}$ و $Y = \frac{\sqrt{50}-5}{\sqrt{2}-1}$

(1) بين ان $X = 2\sqrt{6}$ و $Y = 5$.

(2) نعتبر العددين : $Z = 5 + 2\sqrt{6}$ و $T = 5 - 2\sqrt{6}$

(أ) بين ان Z هو مقوب T

(ب) استنتج ان T عدد موجب وأن $\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{Z}\right) \in \mathbb{N}$

(3) ليكن العدد V التالي : $V = \frac{\sqrt{6}}{5+2\sqrt{6}}$

(أ) اكتب V بدون جذر في المقام.

(ب) a و b عدنان متناسبان طردا مع $\sqrt{6}$ و 5 وحيث $2a+b=\sqrt{6}$ احسب a و b .

(ج) احسب العبارة U التالية : $U = \frac{\frac{2}{b} + \frac{1}{a}}{\frac{b}{a} - \sqrt{3}}$

(4) اوجد العدد الحقيقي x بحيث : $\frac{9x}{5+2\sqrt{6}} = \frac{5-2\sqrt{6}}{x}$

نموذج 5

امتحان شهادة ختم التعليم الاساسي • اختبار الرياضيات •

→ **التمرين 1 :**

ضع علامة ✓ امام الجواب السليم :

بالارقام 2 و 3 و 7 وبدون تكرارها نكون	6 اعداد	12 عدد	8 اعداد
--	---------	--------	---------



إذا كان $\frac{5}{a^3b} = \frac{\begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}^{-1}}{2}$ فان :		
$a = 10$	$\frac{a}{5} = b^{-1}$	$\frac{a}{3} = 8$
موسط سلسلة احصائية مسترسلة هو		
المعدل الحسابي لتلك السلسلة	فاصلة النقطة التي تنتمي الى مضلع التواترات التراكمية والتي ترتيبها 0,5	ترتيب النقطة التي تنتمي الى مضلع التواترات التراكمية والتي فاصلتها 0,5
$a = 5 + 2\sqrt{x}$; $x \in \mathbb{R} +$ و $b = 5 - 2\sqrt{x}$ اذا كان (a و b مقلوبين) فان		
$x = 3$	$x = 6$	$x = 10$

التمرين 2:

نعتبر العدد $a = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

أ- بين ان $a^2 = a + 1$ وان $a - 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ب- احسب $a(a-1)$ واستنتج ان $a-1$ هو مقلوب a

ج- بين ان $\frac{1}{a-1} + a - 1 = \sqrt{5}$

د- رتب تصاعديا a^2 و a و $\frac{1}{a}$

التمرين 3:

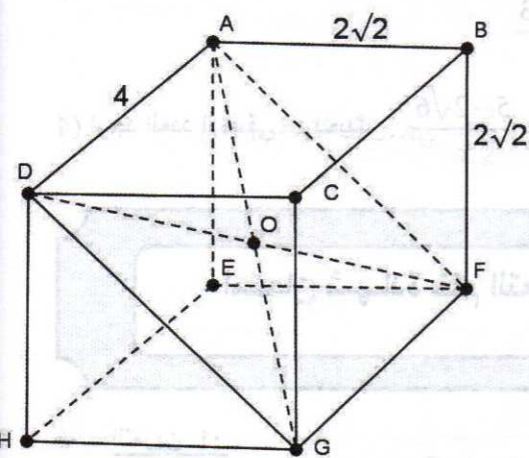
وحدة قياس الطول هي الصنتمتر .

وحدة قياس الطول هي الصنتمتر؛ يمثل الشكل المصاحب متوازي المستطيلات ABCDEFGH حيث : DA=4

و $AB=AE= 2\sqrt{2}$ ؛ O تقاطع القطرين [AG] و [DF] و T منتصف [AD].

الاثبات في الرياضيات

- 1) احسب DG ثم استنتج OT .
- 2) بين ان (AD) يعامد (DG) ثم احسب AG .
- 3) ما هو نوع الرباعي ADGF ؟ علل
- 4) بين بطريقتين ان المثلث ADO قائم الزاوية



التمرين 4:



لتكن العبارة $E = x^2 - \frac{32}{5}x + 7$ حيث x عدد حقيقي.

أ/ أكتب القيمة العددية لـ E في حالة $x = 5$.
ب/ بين أن $E = \left(x - \frac{16}{5}\right)^2 - \left(\frac{9}{5}\right)^2$

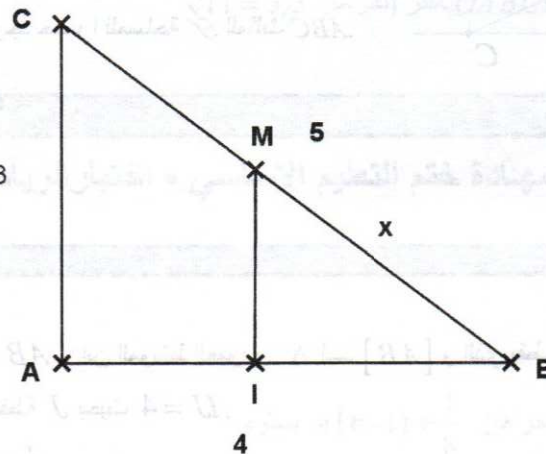
ج/ فكك العبارة E إلى جذاء عوامل.
د/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $E = 0$

2) في الرسم المقابل مثلث ABC حيث $AB = 4$ و $AC = 3$ و $BC = 5$
م نقطة على $[BC]$ حيث $BM = x$ و $x \in]0, 5[$

أ/ بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A .
ب/ ليكن I المسقط العمودي لـ M على (AB) . بين أن $AI = 4 - \frac{4}{5}x$ و $MI = \frac{3}{5}x$.

ج/ استنتج أن: $AM^2 = x^2 - \frac{32}{5}x + 16$

3) أ/ جد قيمة x ليكون المثلث ACM متقايس الضلعين قمته الرئيسية A .
ب/ جد x ليكون AM أصغر ما يمكن وحدد وضعية النقطة M على $[BC]$ في هذه الحالة.



نموذج 6

امتحان شهادة ختم التعليم الاساسي • اختبار الرياضيات •

التمرين 1:

اختر الإجابة الصحيحة من بين المقترحات المقدمة:

1. العدد $2018^2 + 4 - 4 \times 2018$ يقبل القسمة على:

(أ) 12 (ب) 15 (ج) 17

2. بكيس 5 أقراص: 2 بيضاء و 3 حمراء؛ سحب علي قرصين من الكيس الواحد تلو الآخر دون إرجاع القرص الأول.

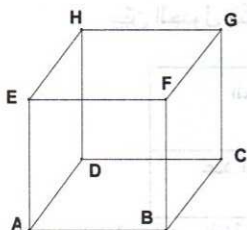
احتمال سحب قرصين حمراوين هو: (أ) $\frac{6}{20}$ (ب) $\frac{2}{25}$ (ج) $\frac{9}{25}$

3. المجال $[-2; 3]$ يحتوي في:

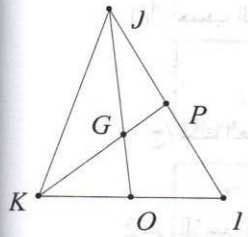
(أ) $[-1; +\infty[$ (ب) $]-2; 4[$ (ج) $]-3; 3[$

4. الشكل ABCDEFGH مكتوباً فإن:

(أ) $(AC) \perp (CDH)$ (ب) $(AC) \perp (BDF)$ (ج) $(AC) \perp (ABF)$



5. النقطتان O و P هما على التوالي منتصفا الضلعين $[IK]$ و $[IJ]$.
احداثيات النقطة G في المعين $(O; I; J)$ هي : (أ) $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$ (ب) $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ (ج) $\left(0; \frac{1}{3}\right)$



⊙ التمرين 2:

نعتبر العبارة : $A = 4x^2 - 9$ حيث $x \in \mathbb{R}$.

1. أ. احسب القيمة العددية للعبارة A في الحالتين $x = -\frac{3}{2}$ ثم $x = 1 - \sqrt{3}$

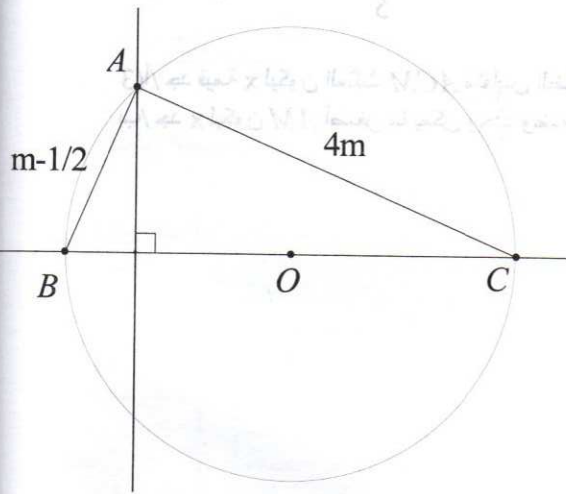
ب. فكك تلك العبارة الى جذاء عوامل

2. نعتبر العبارة : $B = 4x^2 - 9 - (2x + 3)(x - 1)$ حيث $x \in \mathbb{R}$.

1. بَيِّنْ أَنْ : $B = (2x + 3)(x - 2)$.

ب. انشر العبارة B ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2x^2 - x - 6 = 0$.

3. نعتبر الشكل المقابل حيث $m \in \left[\frac{1}{2}; \frac{13}{4}\right]$.



أ. وحدة قيس الطول هي الـ cm ؛ اوجد حصرا للمساحة $\mathcal{S}$ للمثلث ABC .

ب. اوجد العدد m الذي يحقق : $\mathcal{S} = 6cm^2$.

ج. استنتج عندئذ r شعاع الدائرة.

⊙ التمرين 3:

أرسم قطعة مستقيم $[AB]$ بحيث $AB = 6$ و ابن المتوسط العمودي Δ لـ $[AB]$ و الذي يقطع

$[AB]$ في النقطة I . عَيِّنْ على Δ نقطة J بحيث $IJ = 4$.

ابن النقطة C مناظرة B بالنسبة لـ J .

2. بَيِّنْ أَنْ $(IJ) \parallel (AC)$ و احسب AC .

3. لتكن K منتصف $[IJ]$. المستقيمان (BK) و (AC) يتقاطعان في M .

بَيِّنْ أَنْ M منتصف $[AC]$.

4. لتكن N النقطة من $[BA]$ بحيث $BN = 8$.

المستقيمان (NJ) و (AC) يتقاطعان في P . احسب AP .

5. المستقيمان (BM) و (PJ) يتقاطعان في O .

بَيِّنْ أَنْ $OM = \frac{3}{8}OB$.

⊙ التمرين 4:

بَيِّنْ الجدول التالي أعدادا لقسم من التاسعة أساسي في الفرض التأليفي الثاني في مادة الرياضيات:

العدد	$[0; 4[$	$[4; 8[$	$[8; 12[$	$[12; 16[$	$[16; 20]$
عدد التلاميذ	4	8	12	16	8

1. ما هي الفئة المنوال لهذه السلسلة الإحصائية ؟
2. ما هو المعدل الحسابي لأعداد التلاميذ في هذا الفرض ؟



3. أنجز جدول ثم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة و استنتج متوسط هذه السلسلة الإحصائية.
4. اخترنا بصفة عشوائية تلميذاً من بين هؤلاء التلاميذ. ما هو احتمال أن يكون قد تحصل على عدد أكبر من أو يساوي 16 ؟

⊕ التمرين 5:

وحدة قياس الطول هي dm

يمثل الشكل المقابل هرمًا $OABCD$ قاعدته المستطيل $ABCD$ حيث

$$CD = 3 \text{ و } BC = 4 \text{ و } (OA) \perp (AD) \text{ و } (OA) \perp (AB)$$

$$OA = \sqrt{11} \text{ و}$$

1. بين أن $AC = 5$.

2. أ. بين أن $(OA) \perp (ABC)$.

ب. استنتج أن المثلث OAC قائم الزاوية في A .

ج. أحسب OC .

3. لتكن I منتصف $[OD]$ و J منتصف $[OC]$.

أ. بين أن $(IJ) \parallel (OAB)$ و $(BA) \perp (AI)$

ب. ما هو نوع الرباعي $AIBJ$ ؟ علل

4. احسب V قيس حجم الهرم $OABCD$ بالتر (نفترض $\sqrt{11} \approx 3,3$)

نموذج 7

امتحان شهادة ختم التعليم الاساسي • اختبار الرياضيات •

⊕ التمرين 1:

ضع علامة (x) أمام الجواب الصحيح

(1) إذا كان a و b كلاهما مقلوب للآخر فإن $a(b-1) + \frac{1}{b}$ يساوي

☐ a ☐ 1 ☐ b

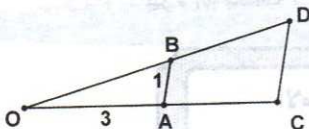
(2) العدد $-\sqrt{3}^{-4}$ يساوي : ☐ -9 ☐ $\frac{1}{9}$ ☐ $-\frac{1}{9}$

(3) a و b عدنان من $\mathbb{R}$ حيث $a^2 + b^2 = 40$ و $a + b = 8$ فإن ab يساوي

☐ 15 ☐ 16 ☐ 12

(4) مثلث OCD و $A \in (OC)$ و $B \in (OD)$ و $(AB) \parallel (CD)$ حيث $OA = 3$ و $AB = 1$ فإن

☐ $OD = 3OA$ ☐ $OC = 3OA$ ☐ $OC = 3CD$



⊕ التمرين 2:

(1) أحسب الجداء التالي: $a = (3\sqrt{2} - 1)^2$ ثم احسب $p = \frac{(3\sqrt{2} - 1)^3}{19 - 6\sqrt{3}} \times (3\sqrt{2} + 1)$



(2) أكتب على شكل قوة عدد كسري:

$$m = \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^{12} \times \left(\frac{-4}{3}\right)^{30} \times \left(\frac{4}{\sqrt{7}}\right)^{-18}$$

(3) أختصر العبارة n التالية:

$$n = \frac{2(a^4b^5)^3 \times (3a^5b^{-7})^2}{18a^{12}b^{-20}}$$

ب- احسبها اذا علمت ان $a = b = 2019$

التمرين 3:

(1) لتكن العبارة : $E = x^2 - 6x - 16$ حيث x عدد حقيقي

أبين أن $x(x-8) + 2x - 16 = E$

(ب) فكك إذن العبارة E

(ج) أوجد العدد الحقيقي x حيث : $(x-8)(x+2) = 0$

(2) ابحث عن الاعداد الصحيحة الطبيعية n التي تحقق $\frac{1}{2}(n-4)(n+4) = 3n$

التمرين 4:

لتكن العبارة الحرفية التالية : $A = x^2 + xy + 1$ حيث x و y عدنان من $\mathbb{R}$

(1) اوجد القيمة العددية للعبارة A إذا علمت أن : $x = \sqrt{3} + 2$ و $y = \sqrt{3} - 2$

(2) نعتبر في هذا السؤال أن $x=2$ و $y \in [-3;1]$

أحقق أن $A = 2y + 5$

ب- اوجد حصرا للعبارة A

(3) نعتبر في هذا السؤال أن $y=2$ و $x \in \mathbb{R}$

أحقق أن $A = x^2 + 2x + 1$ ثم فكك العبارة A

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $(x+1)(2x-3) = x^2 + 2x + 1$

ج- $x \in \mathbb{R}_+$ ؛ ابحث عن x حتى يكون للمربع والمثلث نفس المساحة المربع.

التمرين 5:

(1) ابن مثلثا ABC قائم في A حيث $AB=4$ و $BC=8$

ثم بين أن $AC = 4\sqrt{3}$

(2) أ- لتكن $\mathcal{C}$ الدائرة ذات القطر $[AB]$ ؛ $\mathcal{C}$ تقطع $[BC]$ في H . بين أن المثلث ABH قائم في H

ب- O منتصف $[BC]$ بين ان المثلث OAB متقايس الأضلاع

ج- بين أن $AH = 2\sqrt{3}$

(3) لتكن I المسقط العمودي لـ O على (AC)

أ- بين I منتصف $[AC]$ وأن $OI=2$. ب- M نقطة من نصف المستقيم $[OI]$ حيث $IM=6$ بين أن $CM = 4\sqrt{3}$

ج- استنتج أن المثلث OCM قائم في C

(4) N منتصف $[MC]$. بين أن الرباعي $AMNH$ متوازي الأضلاع

(5) P منازرة M بالنسبة لـ I ؛ اوجد OP ثم استنتج أن الرباعي $AOPB$ معين

نموذج 8

الامتحان الوطني لشهادة ختم التعليم الاساسي • دورة جوان 2017

<https://goo.gl/qSzyK3>

نموذج 9

الامتحان الوطني لشهادة ختم التعليم الاساسي • دورة جوان 2018

<https://goo.gl/bV5XXr>



سلسلة الثبات في الرياضيات



زوروا موقع الكتاب على :

<https://sites.google.com/site/apotheme/>

<https://www.facebook.com/qharbika12>

9
أساسي

التنوع والوضوح في السؤال
الدقة والتبسيط في الحل



ISBN : 978 - 9938 - 14 - 261 - 7

السعر: 11.800 د.ت



COLLEGE.MOURAJAA.COM

ملحق
الاصلاح

الثبات في الرياضيات



اصلاح فرض المراقبة عدد 1 ** نموذج 2 **

التمرين 1 :

$$1,2 \times 1,63 = \frac{12}{9} \times \frac{18}{11} = \frac{18}{9} = 2 \quad (ب) \quad \frac{18}{11} = 1,63 \text{ و } \frac{11}{9} = 1,2 \quad (أ)$$

التمرين 2 :

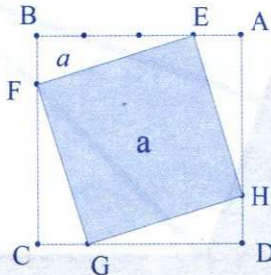
$$x = -\sqrt{7} \text{ او } x = \sqrt{7} \text{ يعني } x^2 = 7 \quad (أ)$$

$$x = -2 \text{ ومنه } x + 11 = 3^2 \text{ يعني } \sqrt{x+11} = 3 \quad (ب)$$

$$x = -16 \text{ او } x = 16 \text{ ومنه } |x| = 16 \text{ يعني } \sqrt{x^2} = 16 \quad (ج)$$

التمرين 3 :

(أ) لتكن a و a على التوالي مساحة كل من المربع EFGH و المثلث AEH والمربع ABCD ومنه : $a = A - 4a$ اي $a = 4^2 - 4 \times 1,5 = 10$



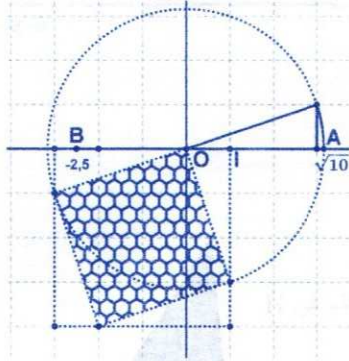
$$c = \sqrt{10} \text{ وبالتالي } a = c^2 = 10 \text{ لدينا } (ب)$$

$$3,17^2 = 10,0489 \text{ و } 3,16^2 = 9,9856 \text{ لدينا } c = \sqrt{10} \quad (ج)$$

$$3,16 < \sqrt{10} < 3,17 \text{ ونعلم ان : } 9,9856 < 10 < 10,0489 \text{ ومنه :}$$

$$3,17 - 3,16 = 0,01 \text{ مدى هذا الحصر هو}$$

(د) على هذا المستقيم العددي ؛ النقاط A و B فاصلتهما هما على التوالي $\sqrt{10}$ و -2,5



(و) حساب AB :

$$AB = AO + OB = \sqrt{10} + 2,5$$

التمرين 4 :

(1) العدد الذي يقبل القسمة على 15 اي على 3 و 5 معا هو 282000075

(2) أ- العدد 1200168 يقبل القسمة على 8 لان 168 يقبل القسمة على 8

العدد 1200168 يقبل القسمة على 9 لان مجموع ارقامه من مضاعفات 9

ب- مما سبق العدد 1200168 يقبل القسمة على 4 (لانه يقبل القسمة على 8) وعلى 3 (لانه يقبل القسمة على 9) اذن يقبل القسمة على 12

التمرين 5 :

الثلاثي (O, I, J) يسمى .. معين.. في المستوي. المستقيم Δ مدرج بواسطة المعين (O, I) ... و (O, J) ... و المستقيم Δ' مدرج بواسطة المعين (O, J) ... والنقطة H هي

مسقط .. M .. على .. Δ ... وفقاً لمنحى ... Δ' ... والنقطة K هي مسقط .. M .. على .. Δ' ... وفقاً لمنحى ... Δ ... فاصلة النقطة H في المعين (O, I)

$$x_H = x_M = 3 \text{ هي فاصلة النقطة K في المعين } (O, J) \text{ هي}$$

$$y_K = y_M = 2 \text{ وبالتالي } (x_M; y_M) = (3; 2) \text{ هو زوج إحداثيات النقطة M}$$

في المعين (O, I, J) ؛ x_M هي فاصلة النقطة M حسب المعين

$$M(3; 2) \text{ : فنكتب : } y_M \text{ هي .. ترتيب (ة) ها .. فنكتب : } (O, I, J)$$

اصلاح فرض المراقبة عدد 1 ** نموذج 1 **

التمرين 1 :

(1) العدد الذي يقبل القسمة على 12 من بين تلك الاعداد هو 5125243644 لانه يقبل القسمة على 3 و 4 معا .

(2) الرقم الذي رتبته 275 بعد الفاصل للعدد 71, 4756 هو 5 لان باقي قسمة 275 على عدد ارقام الدور وهي 4 هو 3 والرقم الذي رتبته 3 في الدور هو 5.

التمرين 2 :

$$a = 4^{103} + 7 \times 2^{204} = 2^{206} + 7 \times 2^{204} = 2^{204} (2^2 + 7) = 2^{204} \times 11 \quad (أ)$$

ومنه a يقبل القسمة على 11

(ب) $p = 4 \times 7 \times y$ يقبل القسمة على 15 عندما يكون من مضاعفات 3 و 5 ومنه :

$$p \in \{4170; 4470; 4770; 4275; 4775; 4875\}$$

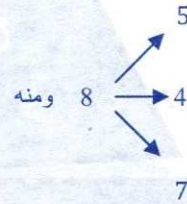
(ج) العدد $8 \times 7 = 56$ يقبل القسمة على 4 عندما ينتهي ب 2 او 6.

العدد $8 \times 7 = 56$ يقبل القسمة على 9 عندما يكون مجموع ارقامه من مضاعفات 9 ومنه الحلول هي : 8172 او 8676

التمرين 3 :

$$A = \{8; 5; 4; 7\} \text{ لدينا}$$

(1) نفترض رقم العشرات 8 فنحصل على :



$$E = \{87; 85; 84; 78; 74; 75; 54; 57; 58; 45; 47; 48\}$$

$$F = \{84; 78; 74; 54; 58; 48\} \quad (2)$$

$$F \cap G = \{84; 54; 78; 48\} \text{ و } G = \{84; 87; 57; 54; 48; 45; 78; 75\}$$

$$F \cap G \text{ كم} = 4 \text{ و } G \text{ كم} = 8 \text{ و } F \text{ كم} = 6 \quad (3)$$

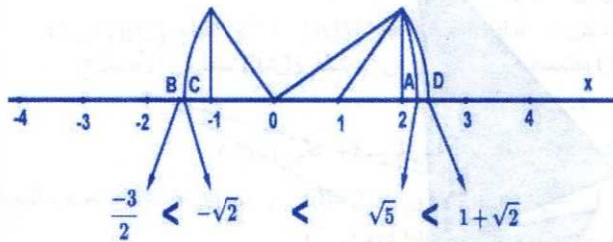
$$L \text{ كم} = G \text{ كم} + F \text{ كم} - F \cap G \text{ كم} = 10 \quad (4)$$

التمرين 4 :

حسب تعيين النقاط على المستقيم العددي نجد :

$$x_A = \sqrt{5}; x_B = -\frac{3}{2}; x_C = -\sqrt{2}; x_D = 1 + \sqrt{2}$$

الثبات في الرياضيات



$$-\frac{3}{2} < -\sqrt{2} < \sqrt{5} < 1 + \sqrt{2}$$

التمرين 5 :

$$A \cap \mathbb{Z} = \{0; 19^0; -\sqrt{324}\} \text{ و } A \cap \mathbb{N} = \{0; 19^0\}$$

$$A \cap \mathbb{D} = \{0; 19^0; -\sqrt{324}; -1, 3; \frac{-3}{16}; \frac{15}{6}\} \text{ و}$$

$$A \cap \mathbb{R} = A \text{ و } A \cap \mathbb{Q} = A \setminus \{\pi; \sqrt{6}\}$$



(1) أكمل :

$$E(0;2) \rightarrow D(-5;-2) \rightarrow C(2;-5) \rightarrow B(-2;4) \rightarrow A(4;3)$$

$$J(0;1) \leq I(1;0) \leq O(0;0)$$

(2) من أجل تحقيق التوازي يجب ان يشترك A و A' في الفاصلة اي $a=4$

اما b فمهما تكن من $\mathbb{R}$

زوروا موقع الكتاب على الواب :

<https://sites.google.com/site/lapotheme/>

او صفحته على الفايسبوك :

<https://www.facebook.com/gharbika12/>

اصلاح فرض العرقه 1 * مؤلف *

• التمرين 1 :

$$A \cap \mathbb{D} = \left\{ 0; \frac{1,8}{0,6}; 2014^0; \sqrt{121}; (-1,7); \frac{-29}{8}; \right\} \text{ y } A \cap \mathbb{Z} = \left\{ 0; \frac{1,8}{0,6}; 2014^0; \sqrt{121} \right\} \quad (1)$$

$$A \cap \mathbb{R} = A \quad \text{و} \quad A \cap \mathbb{Q}^* = \left\{ \frac{1,8}{0,6}; 2014^0; \sqrt{121}; (-1,7); \frac{-29}{8}; (-1, \underline{7}) \right\} \text{ و}$$

(2) (أ) $d = \frac{7}{13} = 0, \underline{538461}$ نجد (ب) $10^6 \times d = 538461, \underline{538461}$

$$\frac{46}{13} = \frac{39}{13} + \frac{7}{13} = 3 + 0, \underline{538461} = 3, \underline{538461} \text{ (ج) لدينا}$$

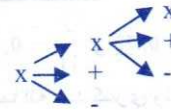
(د) يتكون الدور من 6 أرقام فالرقم الذي رتبته 2013 بعد الفاصل للكتابة العشرية لـ d هو الرقم الثالث في الدور أي 8 لأن باقي قسمة 2013 على 6 هو 3
رقم (chiffres) 2013

$$d = \frac{7}{13} = 0, \overline{538461 \ 538461 \ 538461 \ 538461 \ \dots \ 538461 \ 538461 \ \dots}$$

335 (périodes) دور

• التمرين 2 :

(1) مثال من شجرة اختيار :



شجرة الاختيار هذه اعطت $3 \times 3 = 9$ امكانيات في حالة التعادل في المباراة الاولى ومنه مجموع الامكانيات هو $9 \times 3 = 27$

$$\begin{aligned} a &= 3^5 - 2 \times 3^4 + 270 \\ &= 3^5 - 2 \times 3^4 + 2 \times 3^3 \times 5 \\ &= 3^3 (3^2 - 2 \times 3 + 2 \times 5) \\ &= 3^3 \times 13 \end{aligned} \quad (2) \text{ لدينا :}$$

(ب) لدينا : $p = 5x \mid y$ ؛ p يقبل القسمة على 5 عندما يكون $y=0$ او $y=5$

و p يقبل القسمة على 3 عندما يكون مجموع ارقامه من مضاعفات 3

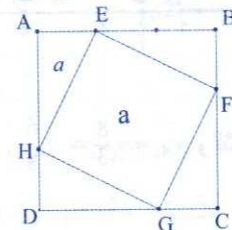
الخلاصة : القيم الممكنة لـ p

5910	5610	5310	5010
	5715	5415	5115

• التمرین 3 :

(أ) لتكن a و a و A على التوالي مساحة كل من المربع $EFGH$ و المثلث AEH والمربع $ABCD$ ومنه: $a = A - 4a$ اي $a = 3^2 - 4x = 5$

$$a = 3^2 - 4 \times 1 = 5 \quad \text{اي} \quad a = A - 4c$$



(ب) لدينا $a = c^2 = 5$ وبالتالي $c = \sqrt{5}$

(ج) لدينا $c = \sqrt{5}$ و $2,2^2 = 4,84$ و $2,3^2 = 5,29$

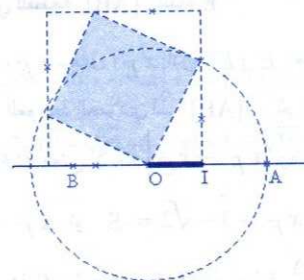
ونعلم ان : $4,84 < 5 < 5,29$ ومنه : $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$

مدى هذا الحصر هو $2,3 - 2,2 = 0,1$

(د) على هذا المستقيم العددي ؛ النقاط A و B فاصلتهما هما على التوالي $\sqrt{5}$ و 5، -1.

حساب AB : $OA = |x_A| = \sqrt{5}$ و $OB = |x_B| = |-1,5| = 1,5$ إذن :

لأن $AB=AO+OB=\sqrt{5}+1,5$



اصلاح فرض المراقبة عدد 1 ** نموذج 5 **

التمرين 1:

1) نعتبر الأرقام 1 و 2 و 5 و 8 و 9 ؛ الأرقام المتكونة من 3 أرقام ورقم مائة 8 هي :

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow \begin{cases} 2 \\ 5 \\ 9 \end{cases} \\ 2 &\rightarrow \begin{cases} 1 \\ 5 \\ 9 \end{cases} \\ 5 &\rightarrow \begin{cases} 1 \\ 2 \\ 9 \end{cases} \\ 9 &\rightarrow \begin{cases} 1 \\ 2 \\ 5 \end{cases} \end{aligned}$$

والاعداد القابلة القسمة على 6 هي القابلة القسمة على 2 و 3 وهي 852

8 →

التمرين 2:

1) (أ) $\frac{3}{11} = 0,27$ و $\frac{8}{11} = 0,72$ (ب) $\frac{3}{11} + \frac{8}{11} = \frac{11}{11} = 1$ $\frac{0,27}{11} + \frac{0,72}{11} = \frac{1}{11}$

2) أحتما بما انه عدد كسري ونعلم ان كل عدد كسري له كتابة عشرية دورية

ب- حصر العدد d بمدى 0,001 هو $1,591 \leq d \leq 1,592$ لان

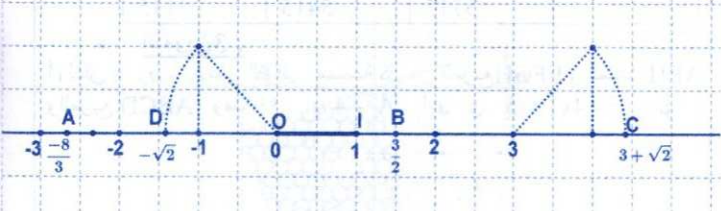
$10 \leq 15 \leq 20$ ونلاحظ ان $1,59[10] \leq d \leq 1,59[20]$

التمرين 3:

$\sqrt{x^2} = 9$	$(x + \sqrt{7}) + \frac{6}{5} = 1,2$	$x^2 = 5$
يعني $ x = 9$ او $x = 9$ او $x = -9$	$x + \sqrt{7} = 0$ اذن $x = -\sqrt{7}$	او $x = \sqrt{5}$ $x = -\sqrt{5}$

التمرين 4:

1)



$$x_A = -\frac{8}{3} = -\frac{6}{3} + \frac{-2}{3} = -2 + \frac{-2}{3}$$

$$x_C = 3 + \sqrt{2}$$

2)

$$AB = |x_B - x_A| = \left| \frac{3}{2} + \frac{8}{3} \right| = \frac{25}{6}$$

$$AD = |x_D - x_A| = \left| \frac{8}{3} - \sqrt{2} \right| = \frac{8}{3} - \sqrt{2}$$

$$x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-7}{12} \text{ يعني } E \text{ منتصف } [AB] \text{ نعتمد}$$

الموسط العمودي للقطعة [AB] لبناء E

$$x_{E'} = \frac{7}{12} \text{ مقابل } x_E \text{ اذن } E' \text{ و } E \text{ متناظران } O. \text{ (بالبركار)}$$

(بناء E باعتماد الموسط العمودي لـ [AB] ثم مناظرتها O / E')

$$CF = 5 \text{ يعني } |x_F - x_C| = 5 \text{ يعني } |x_F - 3 - \sqrt{2}| = 5$$

$$x_F - 3 - \sqrt{2} = 5 \text{ او } x_F - 3 - \sqrt{2} = -5 \text{ ومنه : } x_F = \sqrt{2} - 2 \in \mathbb{R}^-$$

بناء دائرة مركزها C وشعاعها 5 فتقطع يسارا Δ في F

اصلاح فرض المراقبة عدد 1 ** نموذج 4 **

التمرين 1:

$$1) \text{ (أ) } x^2 = 10 \text{ يعني } x = \sqrt{10} \text{ او } x = -\sqrt{10}$$

$$\text{ (ب) } |x| = \sqrt{121} \text{ يعني } x = 11 \text{ او } x = -11$$

$$\text{ (ج) } \sqrt{x} = \frac{4}{9} \text{ يعني } x = \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\text{ (د) } \sqrt{x+1} = 5 \text{ يعني } x+1 = 5^2 \text{ يعني } x = 24$$

خ ص ص ص

$$\text{التعليق: } \sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3 \quad ; \quad \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$3^{10} + 3^9 - 9^4 = 3^{10} + 3^9 - (3^2)^4 = 3^8 \left(\frac{3^2 + 3 - 1}{11} \right) = 3^8 \times 11 \quad ; \quad \sqrt{\frac{1+0,21}{0,49}} = \sqrt{\frac{1,21}{0,49}} = \sqrt{\frac{121}{49}} = \frac{11}{7}$$

3) حتى تكون $3a2b$ قابلا القسمة على 12 ينبغي ان يكون من مضاعفات 3 و 4

$3a2b$ من مضاعفات 4 اذن $b=0$ او $b=4$ او $b=8$

$3a2b$ من مضاعفات 3 اذن مجموع ارقامه من مضاعفات 3.

الخلاصة : جميع الحلول الممكنة هي :

	3720	3420	3120
	3924	3624	3024
	3828	3528	3228

التمرين 2:

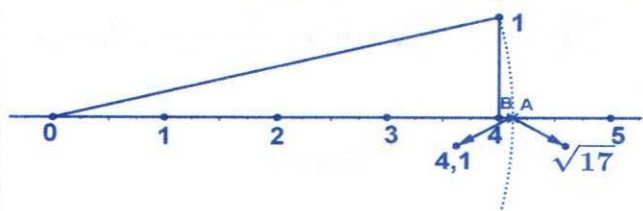
$$A \cap \mathbb{D} = \{0; 153^0; -\sqrt{36}; -1,3; -\frac{23}{27}\} \text{ و } A \cap \mathbb{Z} = \{0; 153^0; -\sqrt{36}\}$$

$$A \cap \mathbb{Q}^* = \{153^0; -\sqrt{36}; -1,3; -\frac{23}{27}; -1,3\}$$

التمرين 3: (تشابه كلي مع التمرين 3 من الفرض 1 نموذج 3)

$$\text{ (أ) } a = 17 \text{ (ب) } c = \sqrt{17}$$

ج) لدينا فاصلة A هي $\sqrt{17}$ و فاصلة B هي 4,1



$$\text{ (د) حسب التعيين: } x_B < x_A \text{ ومنه } (4,1; -\sqrt{17}) \in \mathbb{R}^- \text{ اذن } |4,1 - \sqrt{17}| = \sqrt{17} - 4,1$$

التمرين 4:

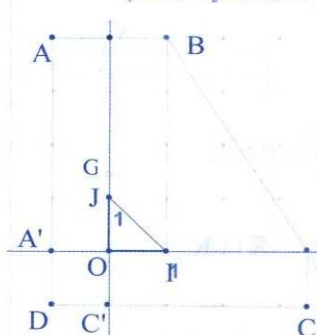
1) وفقا للمعين (O ; I ; J) لدينا $A(-1;4); C(3,5;-1); A'(-1;0); C'(0;-1)$

2) التقطتان $A(-1;4)$ و $B(1;4)$ يشتركان في الترتيبة ويتقابلان في الفاصلة اذن

متناظران / (OJ) ومنه : (OJ) هو الموسط العمودي لـ [AB].
O نقطة من (OJ) اذن OA=OB ومنه المثلث

$$\left. \begin{aligned} D \in (AA') &\Rightarrow x_D = -1 \\ D \in (CC') &\Rightarrow y_D = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow D(-1, -1) \quad (3)$$

4) ABCD هو شبه منحرف قائم لان : $(AB) \parallel (CD)$ لانهما يوازيان نفس المستقيم (OI) ؛ $(OI) \parallel (CD)$ لان C و D يشتركان في الترتيب



ومن ناحية اخرى: الرباعي OA'DC' هو # له زاوية قائمة في O فهو مستطيل

ومنه $\angle A'DC' = 90^\circ$

$$\text{ (5) } G \in (OJ) \text{ اذن } G(\sqrt{2}; 0)$$

في بناء النقطة G نعتمد طول IJ بالبركار ثم ننطلق من O

ملاحظة : $IJ = \sqrt{2}$



اصلاح فرض المرافقة عدد 1 ** نموذج **6

التمرين 1 :

C	C	∅	∅
---	---	---	---

التمرين 2 :

(1) نجد بعد الاختصار والحساب :

Z=7,7	Y=3,2	X=-3,7
-------	-------	--------

التعليل :

$$\left. \begin{aligned} X &= -0,7 - a - b - \sqrt{2} = -(a+b) - 0,7 - \sqrt{2} \\ &= -(3 - \sqrt{2}) - 0,7 - \sqrt{2} \\ &= -3 + \sqrt{2} - 0,7 - \sqrt{2} \\ &= -3,7 \end{aligned} \right\} \text{ لدينا : (*)}$$

$$\left. \begin{aligned} Y &= \left(-a + \frac{21}{5}\right) - (-b - \sqrt{2}) = -a + \frac{21}{5} + b + \sqrt{2} \\ &= -(a-b) + \frac{21}{5} + \sqrt{2} \\ &= -(1 + \sqrt{2}) + 4,2 + \sqrt{2} \\ &= -1 + \sqrt{2} + 4,2 + \sqrt{2} \\ &= 3,2 \end{aligned} \right\} \text{ لدينا : (**)}$$

$$\text{(***) لدينا : } Z = |b-a| + |a+b| + 3,7$$

$$\text{بما ان } a-b = 1 + \sqrt{2} \in \mathbb{R}^+ \text{ و } a+b = 3 - \sqrt{2} \in \mathbb{R}^+ \text{ فان}$$

$$\left. \begin{aligned} Z &= \underbrace{|b-a|}_{<0} + \underbrace{|a+b|}_{>0} + 3,7 = (a-b) + (a+b) + 3,7 \\ &= 1 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} + 3,7 = 7,7 \\ X + Y + Z &= \underbrace{-3,7 + 3,2}_{-0,5} + 7,7 \\ &= -0,5 + 7,7 \\ &= 7,2 \end{aligned} \right\} \text{ لدينا : (2)}$$

التمرين 3 :

(1)

$$\left. \begin{aligned} a &= |2 - \sqrt{10}| + 5 = \sqrt{10} - 2 + 5 = \sqrt{10} + 3 \\ b &= \sqrt{10} \left(1 - \frac{3}{2}\sqrt{2}\right) - \frac{3}{4}(4 - \sqrt{80}) = \sqrt{10} - \frac{3}{2}\sqrt{20} - 3 + \frac{3}{4}\sqrt{80} \\ &= \sqrt{10} - \frac{3}{2}\sqrt{4 \times 5} + 3 + \frac{3}{4}\sqrt{16 \times 5} \\ &= \sqrt{10} - \frac{3}{2} \times 2\sqrt{5} + \frac{3}{4} \times 4\sqrt{5} - 3 = \sqrt{10} - 3 \end{aligned} \right\}$$

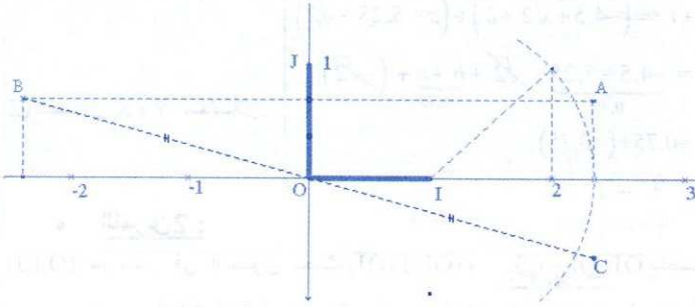
$$\left. \begin{aligned} ab &= (\sqrt{10} + 3)(\sqrt{10} - 3) \\ \text{ومنه } a \text{ هو مقلوب } b &= 10 - 3\sqrt{10} + 3\sqrt{10} - 9 = 1 \end{aligned} \right\} \text{ لدينا (2)}$$

$$\left. \begin{aligned} s &= \left| -3ab + \sqrt{40} - \frac{1}{a} - \pi \right| + 5 = \left| -3 \times 1 + 2\sqrt{10} - b - \pi \right| + 5 \\ &= \left| \sqrt{3} + 2\sqrt{10} - \sqrt{10} - \pi \right| + 5 = \left| \sqrt{10} - \pi \right| = \sqrt{10} - \pi \end{aligned} \right\} \text{ لدينا (3)}$$

التمرين 4 :

$$\left. \begin{aligned} a &= \sqrt{50} - (\sqrt{32} - 1) = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 1 = \sqrt{2} + 1 \\ b &= \frac{12\sqrt{3}}{9} \times \left(\frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}}{6}\right) = \frac{12^2 \times \sqrt{3}}{9 \times 6} \times (\sqrt{12} - \sqrt{3}) \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{9} \times (2\sqrt{3} - \sqrt{3}) = \frac{2\sqrt{3}}{9} \times \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{3 \times 3} = \frac{2}{3} \end{aligned} \right\} (1)$$

(2) أتعين النقطة A $\left(\sqrt{2}+1; \frac{2}{3}\right)$ وفقا للمعين (O ; I ; J) طول ثلث الوحدة يساوي 7 $\frac{21}{3} = 7$ مم



ب- النقطة B هي منظرية A بالنسبة الى (OJ) و A $\left(\sqrt{2}+1; \frac{2}{3}\right)$ اذن

B $\left(-\sqrt{2}-1; \frac{2}{3}\right)$ (يتقابلان في الفاصلة ويشتركان في الترتيب)

(3) O منتصف [CB] اذن B و C يتقابلان في الاحداثيات مثنى مثنى ومنه

$$C \left(\sqrt{2}+1; -\frac{2}{3}\right)$$

زوروا موقع الكتاب على الواب :

<https://sites.google.com/site/lapotheme/>

او صفحته على الفايسبوك :

<https://www.facebook.com/gharbika12/>



التمرين 1:

ب و عددين حقيقيين حيث : $a + b = -0,75$ ، X و Y عبارتان كالتالي
 $Y = \left(a + \frac{21}{4}\right) + (-\sqrt{2})$ و $X = (0,5 + \sqrt{2}) + (-5 + b)$
 1) لنختصر Y و X :

$X = (0,5 + \sqrt{2}) + (-5 + b)$ $= (0,5 + (-5)) + \sqrt{2} + b$ $= -4,5 + \sqrt{2} + b$	$Y = \left(a + \frac{21}{4}\right) + (-\sqrt{2})$ $= a + 5,25 - \sqrt{2}$
---	---

$$X + Y = (-4,5 + \sqrt{2} + b) + (a + 5,25 - \sqrt{2})$$

$$= \underbrace{-4,5 + 5,25}_{0,75} + \underbrace{\sqrt{2} - \sqrt{2}}_{-0,75} + (b + a)$$

$$= 0,75 + (-0,75)$$

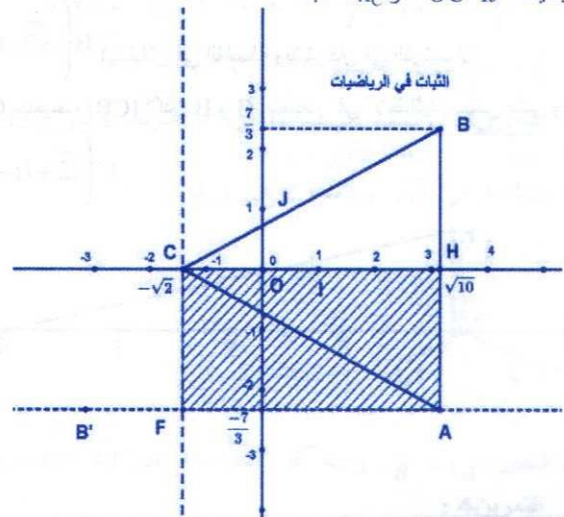
$$= 0$$

2) لنثبت ان X و Y متقابلان.

التمرين 2:

(O, I, J) هو معين في المستوي بحيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OJ = OI = 1,5$ بالصم.

1) ألنرسم النقط $A\left(\sqrt{10}; -\frac{7}{3}\right)$ و B منظرية A بالنسبة الى (OI) والنقطة C من (OI) بحيث $OC = IJ$ و x_C سالبة



ب- لنحدد إحداثيات النقطة B ونبين ان $C(-\sqrt{2}; 0)$:

* بما ان B هي منظرية A بالنسبة الى (OI) و $A\left(\sqrt{10}; -\frac{7}{3}\right)$ فان:

$B\left(\sqrt{10}; \frac{7}{3}\right)$ (يشاركان في الفاصلة و يتقابلان في الترتيب)

** $x_C = -\sqrt{2}$ و $y_C = 0$ لان $C \in (OI)$ و x_C سالبة و

$OC = IJ$: إذن $C(-\sqrt{2}; 0)$

ج لنبين ان المثلث ABC متقايس الضلعين.

بما ان: (OI) هو المتوسط العمودي لـ $[AB]$ و $O \in (OI)$: إذن $OA = OB$

2) لنحدد زوج إحداثيات النقطة F

$(OJ) \parallel (CF)$ و $x_C = \sqrt{2}$ و $x_F = \sqrt{2}$ إذن $(OJ) \parallel (AF)$

$$F\left(\sqrt{2}; -\frac{7}{3}\right)$$

و $y_F = -\frac{7}{3}$ إذن $y_A = -\frac{7}{3}$ ومنه:

ب اذا كان $(OI) \cap [AB] = \{H\}$ ؛ لنبين ان $AFCH$ مستطيل .

$H \in (AB)$ يوازي (OJ) : إذن $(AH) \parallel (OJ)$

إلا ان: $(CF) \parallel (OJ)$ ومنه $[1] (CF) \parallel (AH)$ ونعلم ان $[2] (AF) \parallel (CH)$
 1 و 2 يعطيان $AHCF$ هو متوازي الاضلاع .
 ومن ناحية أخرى : (OI) يعامد $[AB]$ إذن $\widehat{CHA} = 90^\circ$ بالتالي $AHCF$ هو مستطيل.

ج- بناء النقطة B' منظرية B بالنسبة الى O ؛ لنبين ان $B' \in (AF)$.

B' هي منظرية B بالنسبة الى O ومنه $B'\left(-\sqrt{10}; -\frac{3}{7}\right)$ إذن النقط B'

و F و A تشترك في الترتيب ومنه: B' و F و A على نفس الاستقامة أو $B' \in (AF)$

د- مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوي بحيث $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{10}$

و $-\frac{7}{3} \leq y \leq 0$ هي المستطيل $AHCF$

التمرين 3:

لتكن العبارة التالية : $A = (\sqrt{7} + 4)x - \frac{1}{4}y$ ؛

1) لنحسب A اذا علمنا ان : $x = \sqrt{7} - 4$ و $y = 4$.

$$A = (\sqrt{7} + 4)x - \frac{1}{4}y = (\sqrt{7} + 4)(\sqrt{7} - 4) - \frac{1}{4} \times 4 = 7 - 16 - 1 = -10$$

2) اجب بـ "خ" او "ص" مغللا الجواب :

ص	ص
$\left -3\sqrt{7} + 4 - \frac{9}{\sqrt{7} + 4} \right = 2\sqrt{7}$	$\frac{-\sqrt{7} - 4}{9}$ هو مقلوب $\sqrt{7} - 4$
ص	ص
$\left -3\sqrt{7} + 4 - \frac{9}{\sqrt{7} + 4} \right =$	$\frac{-\sqrt{7} - 4}{9} \times (\sqrt{7} - 4) =$
$= \left -3\sqrt{7} + 4 + \frac{9}{(-\sqrt{7} - 4)} \right $	$\frac{-(\sqrt{7} + 4)(\sqrt{7} - 4)}{9} =$
$= -3\sqrt{7} + 4 + \sqrt{7} - 4 $	$\frac{-(-9)}{9} = 1$
$= -2\sqrt{7} $	
$= 2\sqrt{7}$	

العمود الثالث:

اذا كان $A = 0$ فان $x \neq 0$ ؛ $\frac{y}{x} = 4(\sqrt{7} + 4)$

صواب :

$$(\sqrt{7} + 4)x - \frac{1}{4}y = 0$$

$$(\sqrt{7} + 4)x = \frac{1}{4}y$$

$$(\sqrt{7} + 4) \times \frac{4}{x} = \frac{1}{4}y \times \frac{4}{x}$$

لان $x \neq 0$

$$4(\sqrt{7} + 4) = \frac{y}{x}$$

اصلاح فرض المراقبة عدد 2 نموذج 2

التمرين 1:

نعتبر العددين الحقيقيين a و b التاليين :

$$b = \frac{1}{4}(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) \quad \text{و} \quad a = -3(\sqrt{2} + 3) + \sqrt{50} + 4$$

أولن ان : $a = 2\sqrt{2} - 5$ و $b = 1$

$\begin{aligned} a &= -3(\sqrt{2} + 3) + \sqrt{50} + 4 \\ &= -3\sqrt{2} - 9 + 5\sqrt{2} + 4 \\ &= 2\sqrt{2} - 5 \end{aligned}$	$\begin{aligned} b &= \frac{1}{4}(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) \\ &= \frac{1}{4}(9 - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 5) \\ &= \frac{1}{4}(4) \\ &= 1 \end{aligned}$
--	--

ب- لنحسب القيمة المطلقة لـ a

$$|a| = \left| 2\sqrt{2} - 5 \right| = 5 - 2\sqrt{2} \quad (\text{بما ان } 2\sqrt{2} \approx 2 \times 1,4 \dots \approx 2,8 \dots)$$

ج- مقلوب $\frac{3 - \sqrt{5}}{4}$ هو $3 + \sqrt{5}$ لان $\frac{3 - \sqrt{5}}{4} \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{4} \right) = 1$

د- لنستنتج حساب العبارة

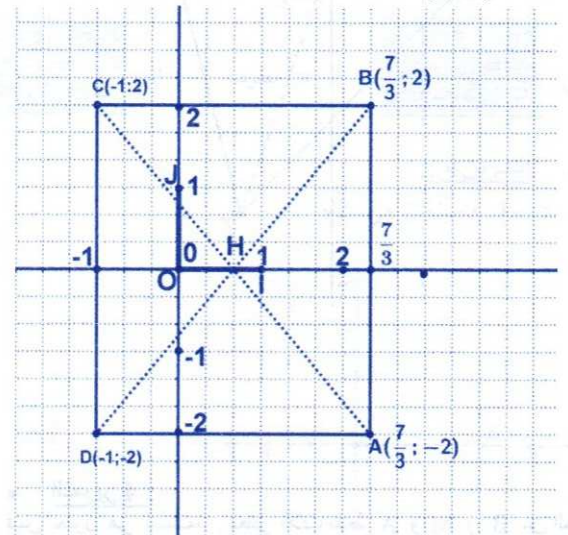
$$s = \left| ab - \sqrt{8} + 10 - \frac{4}{3 - \sqrt{5}} \right|$$

$$s = \left| ab - \sqrt{8} + 10 - \frac{4}{3 - \sqrt{5}} \right| = \left| 2\sqrt{2} - 5 - 2\sqrt{2} + 10 - (3 + \sqrt{5}) \right| = |2 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2$$

التمرين 2:

ليكن $(O; I; J)$ معينا في المستوي بحيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ = 1,8$ بالصم

أ- نعين النقطة $A\left(\frac{7}{3}; -2\right)$ ؛ نلاحظ ان طول ثلث الوحدة يساوي 6 مم



ب- نبني النقطة B منظرية A بالنسبة الى (OI) ثم نحدد احداثيات B

بما ان B هي منظرية A بالنسبة الى (OI) و $A\left(\frac{7}{3}; -2\right)$ فان: $B\left(\frac{7}{3}; 2\right)$ (يشتركان في الفاصلة و يتقابلان في الترتيب)

ج- نبني النقطة C $(-1; 2)$ ثم نبين ان (BC) يوازي (OI) :

B و C يشتركان في الترتيب ان (BC) // (OI)

د- نبني النقطة D $(-1; -2)$ ؛ نعين ان H نقطة من (OI) ؛ (BC) // (OI) و (AD) // (OI) ؛ وكذلك نبين ان (BC) // (AD)

(DC) // (AB) مما يعطي ABCD هو متوازي الاضلاع ؛ ومنه H هو منتصف القطرين وبالتالي :

$$y_H = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-2 + 2}{2} = 0 \quad \text{فحتما H نقطة من (OI)}$$

التمرين 3:

ضع ✓ تحت الحل السليم ثم صحح الاجوبة الخاطئة :

$\sqrt{1+x} = 5$ $x \in \mathbb{R}$ و	$1 - \sqrt{x^2} = \frac{4}{9}$ $x \in \mathbb{R}$ و	$ x+1 = \sqrt{121}$ $x \in \mathbb{R}$ و	$x^2 - 16 = 0$ $x \in \mathbb{R}$ و
$x = 24$	$x = \frac{5}{9}$ او $x = -\frac{5}{9}$	$x = -12$	$x = 4$ او $x = -4$
✓	✓	$x = -12$ او $x = 10$	$x = 4$ او $x = -4$

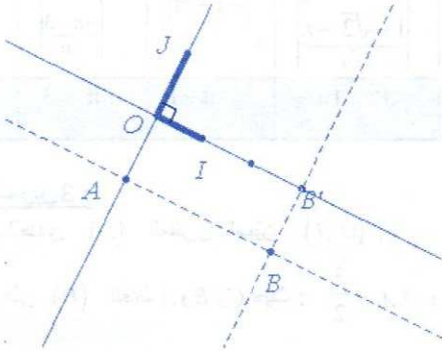
التمرين 4:

* $A(0; -1)$ ان $A \in (OJ)$ و $J(0; 1)$ ان A و J متناظرتان / ومنه O

ستكون منتصف [AJ] ثم (OI) هو العمودي على (OJ) في O

* نسط عموديا B على (OI) لنحصل على B' ترتيبها نفس ترتيب B اي 3 لان

$$OI = \frac{1}{3}OB \quad \text{ثم نبني I بحيث}$$



اصلاح فرض المرافقة عدد 2 ** نموذج 3 **

التمرين 1 :

نبحث عن العدد الحقيقي x اذا أمكن ذلك في كل من الحالات التالية :

$\sqrt{x+11}=3$ $\Downarrow$ $x+11=3^2$ ومنه $x=-2$	$\sqrt{(x+3)^2}=2-\sqrt{5}$ $\Downarrow$ $x+3=2-\sqrt{5}$ ومنه او $x=\sqrt{5}-5$ او $x=-\sqrt{5}-1$	$ x+3 =\pi-1$ $\Downarrow$ $x+3=\pi-1$ او $x+3=-\pi+1$ ومنه $x=\pi-4$ او $x=-\pi-2$	$(x-3)^2=25$ $\Downarrow$ $x-3=5$ او $x-3=-5$ ومنه $x=8$ او $x=-2$
---	--	---	---

التمرين 2 :

(1) نكمل الجدول:

العدد	مقابله
$\sqrt{2}-1$	$1-\sqrt{2}$
$\pi+3$	$-\pi-3$
$-1+\pi$	$1-\pi$
$-\sqrt{2}+1-\pi$	$\sqrt{2}-1+\pi$
$-\sqrt{5}+\frac{1}{2}$	$\sqrt{5}-\frac{1}{2}$

(2) اعط القيم المطلقة:

$\left -\frac{1}{2}+\sqrt{5}\right $	$\left 1-\sqrt{2}-\pi\right $ <0	$ -1+\pi $	$\left -\pi-3\right $ <0	$ \sqrt{2}-1 $
$\sqrt{5}-\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}-1+\pi$	$\pi-1$	$\pi+3$	$\sqrt{2}-1$

التمرين 3 :

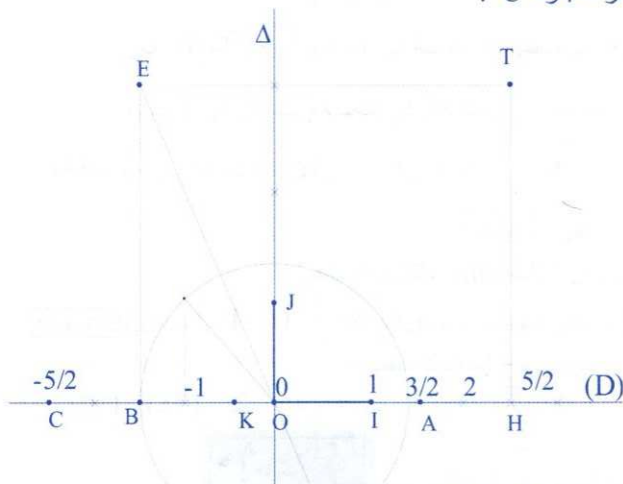
ليكن المستقيم العددي (D) المقترن بالمعین (O; I).

(1) لنرسم على (D) النقاط A و B و C حيث : $x_A = \frac{3}{2}$ و $x_B = -\sqrt{2}$

و $x_C = \frac{-5}{2}$

(2) لتكن العبارة C التالية : $C = (x+5)(x-\sqrt{5}) - x + \sqrt{5}$

أ- لننشر العبارة C :



(ب) لنحسب الأبعاد التالية: AC و IB :

$$AC = |x_C - x_A| = \left| -\frac{5}{2} - \frac{3}{2} \right| = \left| -\frac{8}{2} \right| = 4$$

$$IB = |x_B - x_I| = \left| -\sqrt{2} - 1 \right|$$

(ج) لنحسب x_K فاصلة النقطة K منتصف [AC].

$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{-5}{2}}{2} = \frac{-1}{2}$$

(2) نرسم مستقيماً (Δ) عمودياً على (D) في النقطة O و نضع عليه نقطة J حيث

$$OI = OJ$$

(أ) نرسم في المعين (O; I; J) النقاط: E $(-\sqrt{2}; 3)$ و H $(\frac{5}{2}; 0)$

و F منظرية E بالنسبة الى O . منجز على الرسم

(ب) حدد إحداثيات النقاط C و F في المعين (O; I; J).

* بما ان $C \in (OI)$ فان $y_C = 0$ ونعلم ان $x_C = \frac{-5}{2}$ وبالتالي $C(-\frac{5}{2}; 0)$

** F منظرية E بالنسبة الى O و E $(-\sqrt{2}; 3)$ اذن : F $(\sqrt{2}; -3)$

E و F يتقابلان مثنى مثنى في الاحداثيات

(3) أ نلاحظ ان C و H يتقابلان مثنى مثنى في الاحداثيات اذن متناظران حول O

(ب) قطرا الرباعي CEHF يتقاطعان في المنتصف فهو # (متوازي أضلاع)

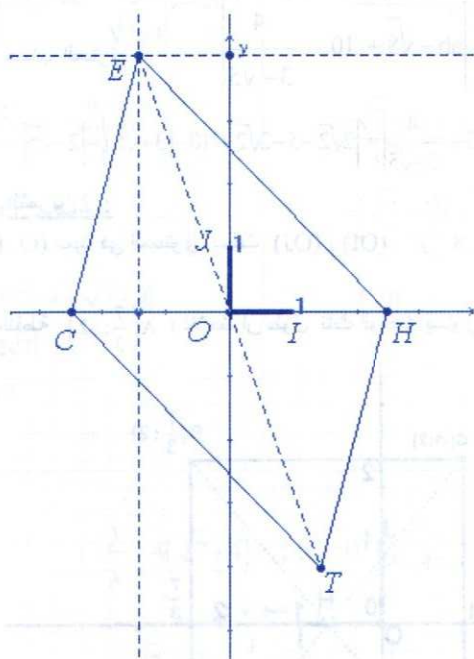
(4) أ نرسم النقطة T بحيث يكون الرباعي EBHT متوازي أضلاع . منجز على

الرسم اسفله .

(ب) * لدينا من ناحية الرباعي EBHT متوازي أضلاع

** ومن ناحية اخرى $\Delta \perp (D)$ و $(EB) \parallel (\Delta)$ اذن $\Delta \perp (EB)$ و D ومنه

$$\angle EBH = 90^\circ \text{ فالرباعي EBHT مستطيل}$$



التمرين 4 :

وحدة قياس الطول هي الصنمتر. نعتبر ثلاث نقاط A و M و B من المستوي بحيث

: $AB = 16\sqrt{5}$ و $AM = 4\sqrt{45}$ و $MB = 2\sqrt{20}$ ؛ لنبين ان A و M و B

على نفس الاستقامة . لدينا :

$$2\sqrt{20} + 4\sqrt{45} = 2\sqrt{4 \times 5} + 4\sqrt{9 \times 5} = 2 \times 2\sqrt{5} + 4 \times 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5} + 12\sqrt{5} = 16\sqrt{5}$$

اي : $MB + AM = AB$ ومنه A و M و B على نفس الاستقامة .

اصلاح فرض المراقبة عدد 2 ** نموذج 4 **

التمرين 1:

6	5	4	3	2	1
خ	خ	ص	ص	خ	خ

التمرين 2:

علما ان $a - b = \frac{7}{5}$ و $a \times b = -\frac{1}{5}$

$$E = a - \left[\frac{4}{3} + b + \frac{7}{5} \right] = a - \frac{4}{3} - b - \frac{7}{5} = (a - b) - \frac{4}{3} - \frac{7}{5} = \frac{7}{5} - \frac{4}{3} - \frac{7}{5} = -\frac{4}{3}$$

$$\frac{2}{b} - \frac{2}{a} = \frac{2a - 2b}{ab} = \frac{2(a - b)}{ab} = \frac{2 \left(\frac{7}{5} \right)}{-\frac{1}{5}} = 2 \times \frac{7}{5} \times \left(-\frac{5}{1} \right) = -14$$

التمرين 3:

(1) اذا كان $A = 2xy - 3\sqrt{2}x$ و $x = 1 + \sqrt{2}$ و $y = 1 - \sqrt{2}$ فان

$$A = 2(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) - 3\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})$$

$$= 2(-1) - 3\sqrt{2} - 6$$

$$= -8 - 3\sqrt{2}$$

(2) تفكيك العبارة A:

$$A = 2xy - 3\sqrt{2}x = \sqrt{2}x(\sqrt{2}y - 3)$$

(3) اذا كان $y = 1.5\sqrt{2}$ فان:

$$A = \sqrt{2}x(\sqrt{2} \times 1.5\sqrt{2} - 3)$$

$$= \sqrt{2}x \times (3 - 3)$$

$$= \sqrt{2}x \times 0$$

$$= 0$$

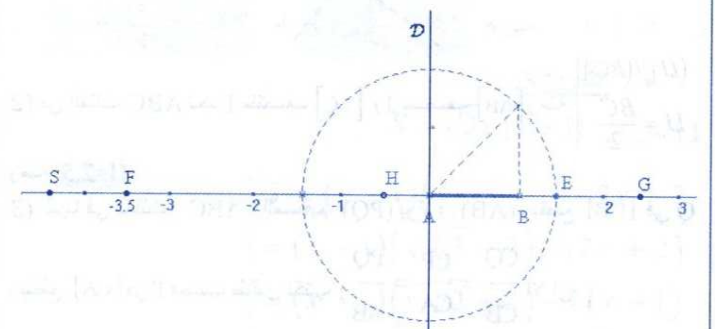
(4) X هو مقلوب Y إذن $xy = 1$

ومنه $2xy - 3\sqrt{2}x = 0$ تعطي $2 - 3\sqrt{2}x = 0$ اي $-3\sqrt{2}x = -2$

وبالتالي $X = \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ و Y هو مقلوب X إذن $Y = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

التمرين 4:

I-1) ملاحظة: فاصلة E هي $\sqrt{2}$



$$GE = |x_G - x_E| = \left| \frac{5}{2} - \sqrt{2} \right| = \frac{5}{2} - \sqrt{2} ; \left(\frac{5}{2} > \sqrt{2} \right) \quad (2)$$

$$BF = |x_B - x_F| = |1 + 3.5| = 4.5$$

$$GF = |x_F - x_G| = |x_G - x_F| = \left| \frac{5}{2} - (-3) \right| = \left| \frac{5}{2} + 3 \right| = \left| \frac{11}{2} \right| = 5.5$$

$$x_H = \frac{x_G + x_F}{2} = \frac{5 + (-7)}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

(3) H منتصف [GF] يعني

(4) لنبحث عن فاصلة النقطة S بحيث $GS=7$ و $S \in [AF]$

يعني $GS=7$ يعني $|x_S - x_G| = |x_S - 2.5| = 7$ ومنه

$x_S - 2.5 = 7$ او $x_S - 2.5 = -7$ وبالتالي $x_S = 9.5$ و $x_S = -4.5$ (ان)

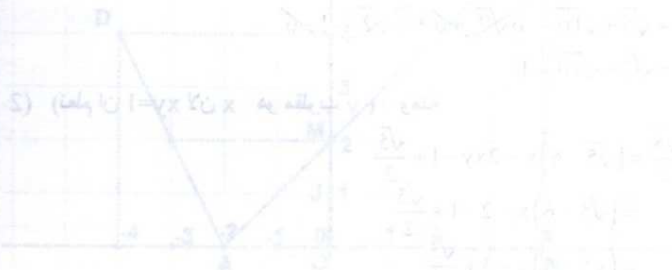
ملغاة لان $(S \notin [AF])$ او $x_S = -7 + 2.5 = -4.5$ صواب لان

الخلاصة: $x_S = -4.5$ $S \in [AF]$

II - نعتبر المستقيم D العمودي على A في A و ليكن الإسقاط على D وفقا لمنحى

(1) مجموعة نقاط المستوي المطابقة لمساقطها هي المستقيم (AB)

(2) مجموعة نقاط المستوي التي مساقطها هي النقطة E على D هي المستقيم العمودي على D في E



$4 < \sqrt{23} < 5$	O اذن OA=OB منتصف [AB]	$\frac{5+\sqrt{6}}{5} = \sqrt{6}$	M'(1;3) و (-1;3) هما نقطتان متناظرتان بالنسبة الى (OJ).
X			X

لتكن العبارة H التالية : $H = (\sqrt{5}-6)x - 2xy - 1$

(1) لنحسب H اذا علمنا ان : $x = 1 + \sqrt{2}$ و $y = -3$.

$$\begin{aligned} H &= (\sqrt{5}-6)x - 2xy - 1 \\ &= (\sqrt{5}-6)(1+\sqrt{2}) - [2(1+\sqrt{2})(-3)] - 1 \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{10} - 6 - 6\sqrt{2} - [2(1+\sqrt{2})(-3)] - 1 \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{10} - 6 - 6\sqrt{2} - (-6 - 6\sqrt{2}) - 1 - 6 \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{10} - 6\sqrt{2} + 6 + 6\sqrt{2} - 1 - 6 \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{10} - 1 \end{aligned}$$

(2) (نعلم ان $xy=1$ لان x هو مقلوب y) ومنه

$$\begin{aligned} H + \frac{\sqrt{5}}{2} &= (\sqrt{5}-6)x - 2xy - 1 + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ &= (\sqrt{5}-6)x - 2 - 1 + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ &= (\sqrt{5}-6)x - 3 + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ &= (\sqrt{5}-6)x + \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{6}{2} \\ &= (\sqrt{5}-6)x + \frac{1}{2}(\sqrt{5}-6) \\ &= (\sqrt{5}-6)\left(x + \frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

X و Y و Z عبارات عددية كالاتي :

$$Y = 3\sqrt{48} + 4\sqrt{75} + \sqrt{11} - 5\sqrt{108} \quad \text{و} \quad X = \sqrt{3}(\sqrt{3}-4) - (2\sqrt{3}+2)(1-\sqrt{3})$$

$$T = \sqrt{11} - \sqrt{33} + 3\sqrt{3} - 3 \quad \text{و} \quad Z = 2|1-\sqrt{3}| - |\sqrt{11}-3| - 1$$

(1) لنختصر كل من X و Z .

$$\begin{aligned} Z &= 2|1-\sqrt{3}| - |\sqrt{11}-3| - 1 & X &= \sqrt{3}(\sqrt{3}-4) - [(2\sqrt{3}+2)(1-\sqrt{3})] \\ &= 2(\sqrt{3}-1) - (\sqrt{11}-3) - 1 & &= 3 - 4\sqrt{3} - [2\sqrt{3} - 6 + 2 - 2\sqrt{3}] \\ &= 2\sqrt{3} - 2 - \sqrt{11} + 3 - 1 & &= 3 - 4\sqrt{3} - (-4) \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{11} & &= 7 - 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$T = (3 - \sqrt{11})(\sqrt{3} - 1) \quad \text{و أن} \quad Y = 2\sqrt{3} + \sqrt{11}$$

$$\begin{aligned} Y &= 3\sqrt{48} + 4\sqrt{75} + \sqrt{11} - 5\sqrt{108} \\ &= 3\sqrt{16 \times 3} + 4\sqrt{25 \times 3} + \sqrt{11} - 5\sqrt{36 \times 3} \\ &= 3 \times 4 \times \sqrt{3} + 4 \times 5 \times \sqrt{3} + \sqrt{11} - 5 \times 6 \times \sqrt{3} \\ &= 12\sqrt{3} + 20\sqrt{3} - 30\sqrt{3} + \sqrt{11} \\ &= 2\sqrt{3} + \sqrt{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= \sqrt{11} - \sqrt{33} + 3\sqrt{3} - 3 \\ &= \sqrt{11} - \sqrt{3}\sqrt{11} - 3 + 3\sqrt{3} \\ &= \sqrt{11}(1-\sqrt{3}) - 3(1-\sqrt{3}) \\ &= (1-\sqrt{3})(\sqrt{11}-3) \end{aligned}$$

ملاحظة : $(-a)(-b) = a.b$ ومنه

$$(\sqrt{11}-3)(1-\sqrt{3}) = (3-\sqrt{11})(\sqrt{3}-1)$$

(3) بين ان Y هو مقلوب Z واستنتج ان $2\sqrt{3} > \sqrt{11}$.

$$Z.Y = (2\sqrt{3} + \sqrt{11})(2\sqrt{3} - \sqrt{11}) = (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{11})^2 = 12 - 11 = 1$$

ومنه Y هو مقلوب Z .

ومن ناحية اخرى $Z.Y = 1$ الجداء موجب و $Y = 2\sqrt{3} + \sqrt{11}$ موجب فحتمًا

Z موجب اي $2\sqrt{3} - \sqrt{11} \in \mathbb{R}_+^*$ موجب وبالتالي $2\sqrt{3} > \sqrt{11}$ (4) لنبين ان T عدد حقيقي سالب.

نذكر ان $T = (1-\sqrt{3})(\sqrt{11}-3)$ ونعلم ان $1-\sqrt{3} < 0$ و $\sqrt{11}-3 > 0$ ومنه $T < 0$

(5) نعتبر العدد a بحيث : $X - (7-a\sqrt{3}) = Y - \sqrt{11}$ ؛ لنبين ان $a = 6$

$$X - (7-a\sqrt{3}) = Y - \sqrt{11}$$

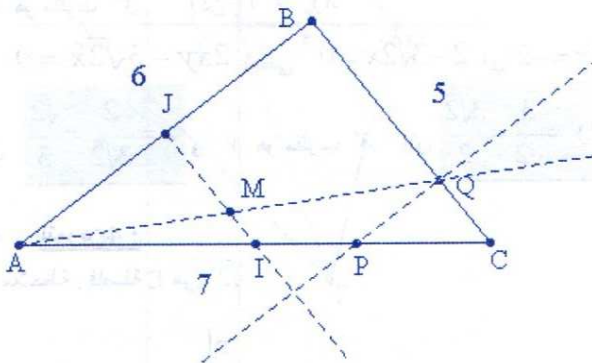
$$(7-4\sqrt{3}) - (7-a\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} + \sqrt{11} - \sqrt{11}$$

$$7 - 4\sqrt{3} - 7 + a\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + \sqrt{11} - \sqrt{11}$$

$$a\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \quad \text{ومنه} \quad a = 6$$

التمرين 4:

(1) ABC هو مثلث بحيث AB=6 و BC=5 و AC=7 ; ارسمه .



(2) في المثلث ABC نجد I منتصف [AC] و J منتصف [AB] ومنه $IJ = \frac{BC}{2}$

$$IJ = 2,5$$

(3) لدينا في المثلث ABC المستقيم (PQ) يوازي (AB) ويقطع [CB] في Q

$$\text{ويقطع [CA] في P فبحسب طاليس نكتب : } \frac{CQ}{CB} = \frac{CP}{CA} = \frac{PQ}{AB}$$

$$\frac{CQ}{CB} = \frac{PQ}{AB} = \frac{2}{7} \quad \text{اذن} \quad \frac{CP}{CA} = \frac{2}{7}$$

(4) لنبين ان M منتصف [AQ] : لدينا في المثلث ABQ المستقيم (IJ) يوازي

(QB) ويقطع [AB] في المنتصف J فحتمًا سيقطع الضلع [AQ] في

المنتصف و بالتالي M منتصف [AQ]

اصلاح الفروض الثاني عدد 1 نموذج 1

التمرين 1:

- (1) لنبين ان العدد 3180 يقبل القسمة على 6 و 12 و 15 :
 العدد 3180 يقبل القسمة على 6 لانه يقبل القسمة على 2 و 3 و هما اوليان فيما بينهما
 العدد 3180 يقبل القسمة على 12 لانه يقبل القسمة على 4 و 3 و هما اوليان فيما بينهما
 العدد 3180 يقبل القسمة على 15 لانه يقبل القسمة على 5 و 3 و هما اوليان فيما بينهما
 (2) املا الجدول التالي :

$\sqrt{(-5)^2} = -5 = 5$
$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)^2 = \frac{3}{7}$
$\sqrt{\frac{0,16}{49}} = \frac{\sqrt{0,16}}{\sqrt{49}} = \frac{0,4}{7} = \frac{4}{70} = \frac{2}{35}$
$\frac{\sqrt{0,36}}{1,2} = \frac{0,6}{1,2} = \frac{6}{12} = 0,5$
$ 1,4 - \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1,4$

التمرين 2:

- نعتبر العددين: $a = \sqrt{54} - \sqrt{24} - \sqrt{20} + \sqrt{5}$ و $b = \sqrt{6} + \sqrt{5}$
 (1) لنبين أن:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{54} - \sqrt{24} - \sqrt{20} + \sqrt{5} \\ &= \sqrt{9 \times 6} - \sqrt{4 \times 6} - \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{6} - \sqrt{5} \end{aligned}$$

 (2) * لنحسب ab : $ab = (\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5}) = 6 + \sqrt{30} - \sqrt{30} - 5 = 1$
 ** $ab=1$ ومنه a هو مقلوب b

- (3) لنستنتج بحثا عن x بحيث $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{x^2} = \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$ و $x \in \mathbb{R}$

$$x^2 = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5})}{4} = \frac{1}{4}$$
 يعني $x \in \mathbb{R}$ و $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{x^2} = \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$
 و $x \in \mathbb{R}$ يعني $x = -\sqrt{\frac{1}{4}} = -0,5$ أو $x = \sqrt{\frac{1}{4}} = 0,5$

التمرين 3:

- (1) لنبين أن $S = \sqrt{3}x(x+1)$:

$$\begin{aligned} S &= (x+1)(x\sqrt{3}+2) - 2x - 2 \\ &= (x+1)(x\sqrt{3}+2) - (2x+2) \\ &= (x+1)(x\sqrt{3}+2) - 2(x+1) \\ &= (x+1)[(x\sqrt{3}+2) - 2] \\ &= (x+1)x\sqrt{3} = \sqrt{3}x(x+1) \end{aligned}$$

- (2) لنحسب x من المعادلتين التاليتين:
 $x = \sqrt{3} - 1$ و $x = \frac{1}{3}$

$$x = \sqrt{3} - 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

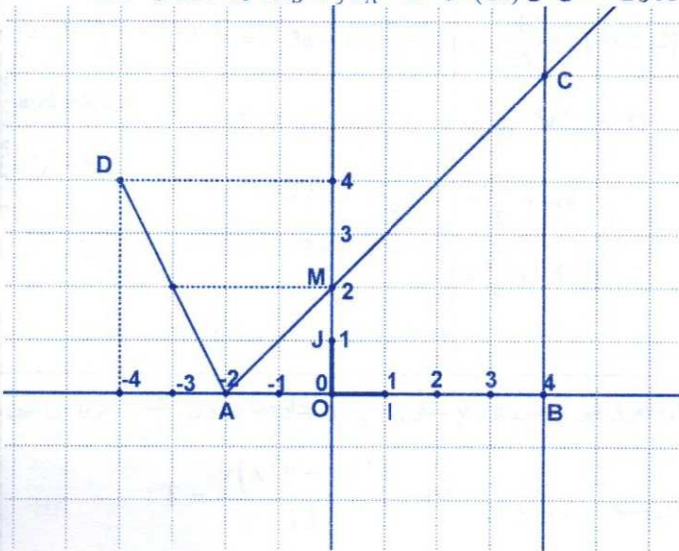
$$\begin{aligned} S &= \sqrt{3}x(x+1) \\ &= \sqrt{3}(\sqrt{3}-1)\left(\sqrt{3}-1+1\right) \\ &= \sqrt{3}(\sqrt{3}-1) \times \sqrt{3} \\ &= \underbrace{\sqrt{3}\sqrt{3}}_3 (\sqrt{3}-1) \\ &= 3(\sqrt{3}-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{3} \times \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} + 1 \right) \\ &= \sqrt{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{9} \end{aligned}$$

$$x=-1 \text{ او } x=0 \text{ يعني } S = \sqrt{3}x(x+1) = 0 \quad (3)$$

التمرين 4:

- (1) $OI=OJ$ و (OJ) يعامد (OI) معين في المستوي حيث (O, I, J) معينان من (OI) حيث $x_A = -2$, $x_B = 4$. أوجد OA و AB



$$OA = |x_A - x_O| = |-2 - 0| = 2 ; AB = |x_B - x_A| = |4 - (-2)| = 6$$

(2) * عين النقطة M من (OJ) حيث $OM=2$

** C مسقط B على (AM) وفقا لمنحى (OJ). أوجد BC ثم استنتج زوج إحداثيتي C

لدينا في المثلث ABC المستقيم (OM) // (BC) ويقطع [AC] في M و [AB] في O

$$\text{في O : حسب طالس نكتب : } \frac{AM}{AC} = \frac{2}{6} = \frac{2}{BC} \text{ اي } \frac{AM}{AC} = \frac{AO}{AB} = \frac{MO}{BC}$$

$$\text{ومنه } BC=6 \text{ ومنه } C(4;6)$$

(3) عين النقطة D(-4, 4). بين أن M منتصف [BD] ؛ ليكن T منتصف [BD] ومنه

$$\begin{cases} x_T = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{4 + (-4)}{2} = 0 \\ y_T = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2 \end{cases} \text{ ومنه } T(0;2) \text{ الا ان زوج إحداثيتي M هو } (0;2)$$

(0;2) إذن M و T متطابقان وبالتالي M منتصف [BD]

(4) N مسقط M على (AD) وفقا لمنحى (AB) ؛ لنبين أن N منتصف [AD] ثم نبعث عن زوج إحداثيتي N ثم احسب MN:

لدينا في المثلث ABD المستقيم (NM) يوازي (AB) ويمر من M منتصف [BD] ويقطع [AD] في N فحتما N هي منتصف [AD] ؛ ينتج عن ذلك

$$\begin{cases} x_N = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{-2 + (-4)}{2} = -3 \\ y_N = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2 \end{cases} \text{ ومنه } N(-3;2)$$

اصلاح الفروض الثاني عدد 1 ** نموذج **

• التمرين 1 : نكمل بـ "صواب" او "خطا" مع التعليل :

$A'(2;-6)$ و $A(-1;3)$ و $A''(17;-51)$ هي نقاط على نفس الاستقامة	$4^{17} - 4^{16}$ القسمة على 12	$ x - \sqrt{3} = \pi$ يعني $x = \pi + \sqrt{3}$
"صواب" "خطا" لان	"صواب" "خطا" التعليل	"خطا" التصحيح
$\frac{-6}{2} = \frac{3}{-1} = \frac{-51}{17} = -3$ الترتيبات في تناسب طردي مع الفاصلات	$4^{17} - 4^{16}$ $= 4^{16}(4-1)$ $= 4^{16} \times 3$ $= \left[4^{15} \times 4 \times 3 \right] \in M_{12}$	يعني $ x - \sqrt{3} = \pi$ $x - \sqrt{3} = \pi$ او $x - \sqrt{3} = -\pi$ يعني $x = \pi + \sqrt{3}$ او $x = -\pi + \sqrt{3}$

• التمرين 2 :

(1) x و y عدنان حقيقيان حيث : $x = \frac{1}{2y}$ ؛ لنحسب العبارة p التالية:

$$p = 4 \left[\left(x \times \frac{-3}{2} \right) \times y - 1,6 \right]$$

$$= 4 \left[\left(x \times y \right) \times \frac{-3}{2} \right] - 4 \times 1,6$$

$$= 4 \left[\frac{1}{2} \times \frac{-3}{2} \right] - 6,4$$

$$= 4 \times \frac{-3}{4} - 6,4 = -3 - 6,4 = -9,4$$

نلاحظ ان $x = \frac{1}{2y}$ يعني $xy = \frac{1}{2}$

(2) x و y عدنان حقيقيان حيث : $2x = \sqrt{8}$ و $5y = 2,5$ ؛ احسب العبارة q التالية:

$$q = \frac{x}{y} = \frac{\frac{\sqrt{8}}{2}}{\frac{2,5}{5}} = \frac{\sqrt{8}}{2} \times \frac{50}{25} = \frac{2\sqrt{2}}{2} \times 2 = 2\sqrt{2}$$

• التمرين 3 :

(1) لنحسب $E = -2x + y + xy - 2$ عندما $x + 1 = \sqrt{10} - 3$ و

$y - 2 = \sqrt{10} + 3$ وبدون حساب x و y :

$$E = -2x + y + xy - 2 = -2x - 2 + xy + y$$

$$= -2(x+1) + y(x+1) = (x+1)(y-2)$$

ومنه

$$E = (\sqrt{10} - 3)(\sqrt{10} + 3) = (\sqrt{10})^2 + 3\sqrt{10} - 3\sqrt{10} - 3^2 = \boxed{1}$$

(2) $D = \frac{-4}{3+\sqrt{5}}$ ؛ ليكن العدد الحقيقي D التالي :

أ- لنكتب D بدون جذر في المقام .

$$D = \frac{-4}{3+\sqrt{5}} = \frac{-4(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} = \frac{-4(3-\sqrt{5})}{9-5} = -(3-\sqrt{5}) = \sqrt{5} - 3$$

ب- a و b عدنان حقيقيان متناسبان مع 3 و $\sqrt{5}$ وحيث $a + b = -4$ ؛ لنبحث عن a و b (a و b عدنان حقيقيان متناسبان مع 3 و $\sqrt{5}$) يعني

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{\sqrt{5}} = \frac{a+b}{3+\sqrt{5}} = \frac{-4}{3+\sqrt{5}} = D = \sqrt{5} - 3$$

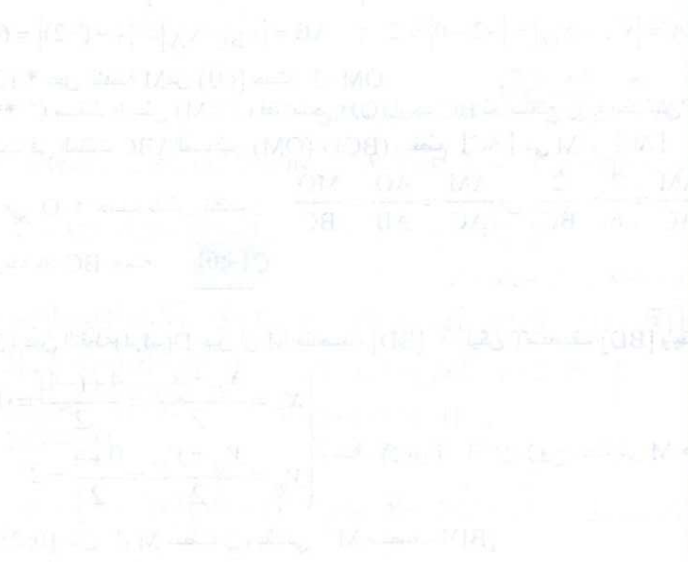
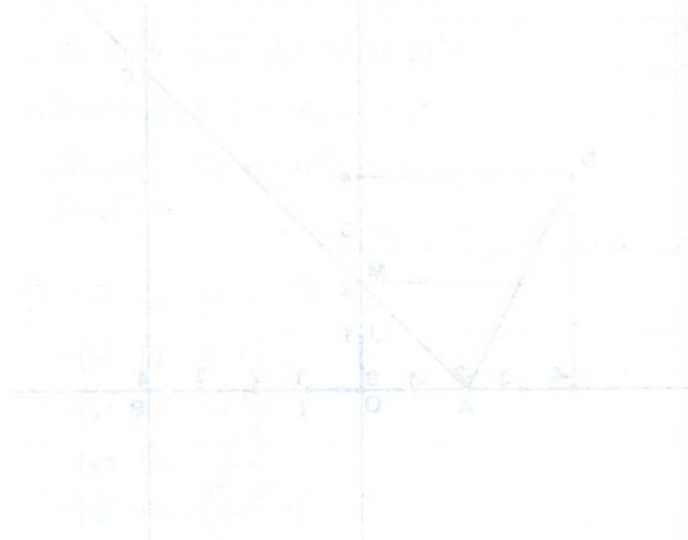
ومنه

$$b = \sqrt{5}(\sqrt{5} - 3) = 5 - 3\sqrt{5} \quad \text{و} \quad a = 3(\sqrt{5} - 3) = 3\sqrt{5} - 9$$

لدينا في المثلث ABD N هي منتصف $[AD]$ و M منتصف $[BD]$ ؛ ينتج

$$MN = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

عن ذلك :



اصلاح الفروض التالية عدد 1 ** نموذج 3

التمرين 1 :

(1) نربط بسهم السؤال بالحل في كل من الحالات التالية :

السؤال	الحل
$x^2 = 10$	$x=10$
$ x = \sqrt{100}$	$x=0,01$
$\sqrt{x} = 0,1$	$x=10$ او $x=-10$
$\sqrt{-1+x} = 3$	$x = \sqrt{10}$ او $x = -\sqrt{10}$

التمرين 2 :

(1) b و a عدنان حقيقيان بحيث : $a \times b = 5\sqrt{2}$ ؛ أحسب العبارات x و y و z التالية ؛ لنحسبها

$z = \frac{5}{2}a \times \left(b - \frac{2}{5}\right) + 5\sqrt{2} + a$	$y = 1 - 3a \times \left[b \times \frac{\sqrt{2}}{5}\right]$	$x = \left(\frac{1}{25} \times a\right) \times (-b \times 5\sqrt{2})$
$= \frac{5}{2}ab - a + 5\sqrt{2} + a$	$= 1 - 3 \times (ab) \times \frac{\sqrt{2}}{5}$	$= \left(\frac{1}{25} \times 5\sqrt{2}\right) a \times (-b)$
$= \frac{5}{2} \times 5\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$	$= 1 - 3 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{5}$	$= \frac{\sqrt{2}}{5} \times (-ab)$
$= \frac{25}{2}\sqrt{2} + \frac{10}{2}\sqrt{2}$	$= 1 - 3 \times 2 = 1 - 6 = -5$	$= \frac{\sqrt{2}}{5} \times (-5\sqrt{2}) = -2$
$= 17,5\sqrt{2}$		

(2) الفرق بين عددين x و y يساوي $\frac{13}{3}$ و جذاؤهما يساوي $\frac{10}{3}$ ؛ نريد ان نبين

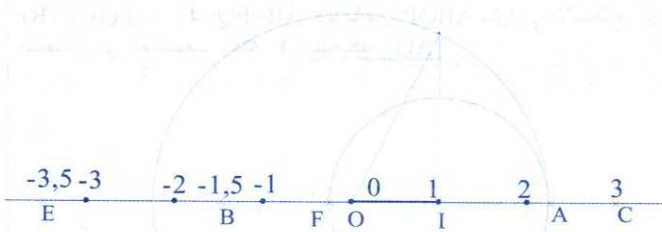
$$T = \frac{9(x^2y - xy^2)}{13} = 10 \text{ بدون حساب } x \text{ ولا } y \text{ ان}$$

$$T = \frac{9(x^2y - xy^2)}{13} = \frac{9xy(x - y)}{13} = \frac{9 \times \frac{10}{3} \left(\frac{13}{3}\right)}{13} = \frac{9 \times 10 \times 13}{3 \times 13} = \frac{10 \times 13}{13} = 10$$

التمرين 3 :

ليكن المستقيم Δ العددي المدرج بالمعير (O,I).

(1) عين على Δ النقط A و B و C حيث : $x_A = \sqrt{5}$ و $x_B = -1,5$ و $x_C = 3$



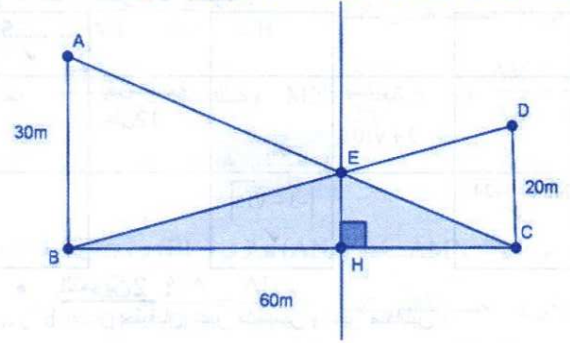
$$AC = |x_C - x_A| = \left|3 - \sqrt{5}\right| = 3 - \sqrt{5} \text{ ؛ لنبحث عن } AC$$

$$x_I = \frac{x_F + x_A}{2} \text{ يعني } I \text{ منتصف } [AF]$$

$$x_F = 2 - \sqrt{5} \text{ ومنه } x_F = 2x_I - x_A = 2 \times 1 - \sqrt{5}$$

التمرين 4 :

لدينا الشكل أسفله بحيث ABC و BDC مثلثان قائما الزاوية على التوالي في B و C و $AB = 30 \text{ m}$ و $DC = 20 \text{ m}$ و $BC = 60 \text{ m}$



(1) لنثبت أن $\frac{ED}{EB} = \frac{2}{3}$ ؛ في المثلث ABE نجد (DC) يوازي (AB) و

ويقطع (BE) في D و (BE) في C فحسب طالس نكتب : $\frac{EC}{EA} = \frac{ED}{EB} = \frac{CD}{AB}$

$$\frac{ED}{EB} = \frac{2}{3} \text{ ان } \frac{CD}{AB} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

(2) لنبحث عن x بحيث $\frac{60-x}{x} = \frac{2}{3}$

$$180 - 3x = 2x \text{ ومنه } 3(60 - x) = 2x \text{ يعني } x \text{ مخالف للصفر}$$

$$x = 36$$

(3) لنحسب HB ؛ لنسمي $x = HB$ في المثلث DBC نجد (EH) يوازي (CD) و بعد تحديد المساقط و حسب طالس

$$\frac{HC}{HB} = \frac{ED}{EB} = \frac{2}{3} \text{ ان } \frac{HC}{HB} = \frac{60-x}{x} \text{ ومنه } \frac{60-x}{x} = \frac{2}{3}$$

$$x = 36$$

(4) استنتاج حساب EH

في المثلث BCD نجد (EH) يوازي (CD) و يقطع (BC) في H و (BD) في E

$$\frac{36}{60} = \frac{EH}{20} \text{ او } \frac{BH}{BC} = \frac{BE}{BD} = \frac{EH}{DC}$$

$$EH = \frac{36 \times 20}{60} = \frac{12 \times 3 \times 20}{60} = 12$$

$$EH = 12$$

وبالتالي

اصلاح الفروض الثاني عدد 1 * نموذج *

التمرين 1 :

ضع ✓ تحت المقترحات السليمة :

			56 ✓
يساوي 0	يساوي $3+\sqrt{10}$	يقبل القسمة على 12	
$2\sqrt{54}-3\sqrt{24}$ ✓	$ -3-\sqrt{10} $ ✓		

التمرين 2 :

a و b عدنان حقيقيان غير منعدمين و غير متقابلين ؛

$$q = \frac{a+b}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = ab$$

النبيين ان :

$$q = \frac{a+b}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{a+b}{\frac{a+b}{ab}} = ab$$

غير منعدمين و غير متقابلين فان $a+b$ مخالف للصفر

ب- لنستنتج حساب q عندما يكون $a=5\sqrt{3}$ و $b=-\frac{\sqrt{6}}{15}$:

$$q = ab = 5\sqrt{3} \times \left(-\frac{\sqrt{6}}{15}\right) = -\frac{5\sqrt{3} \times \sqrt{6}}{15} = -\frac{5\sqrt{18}}{15} = -\frac{5 \times 3\sqrt{2}}{15} = -\sqrt{2}$$

التمرين 3 :

نعتبر $I = \sqrt{2}(\sqrt{3}x-1)$; $J = 3x - \sqrt{3}$ لنحسب I و J في الحالات التالية :

$x=0$	$x = \frac{\sqrt{3}}{3}$	
$-\sqrt{2}$	0	I
$-\sqrt{3}$	0	J

(2) ا- لنفكك العبارة J الى جذاء عوامل :

$$J = 3x - \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{3}x-1)$$

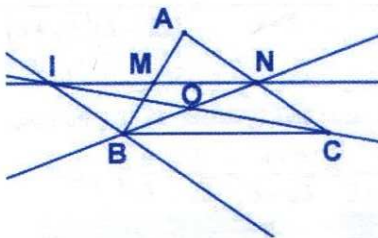
ب- $I - J = \sqrt{2}(\sqrt{3}x-1) - \sqrt{3}(\sqrt{3}x-1) = (\sqrt{3}x-1)(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

ج- لنجد العدد الحقيقي x بحيث $I=J$ لدينا $I=J$ يعني $I - J = 0$ يعني

$$(\sqrt{3}x-1)(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = 0 \text{ يعني } \sqrt{3}x-1 = 0 \text{ يعني } \sqrt{3}x = 1$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

التمرين 4 :



(4) $BE=2$ يعني $|x_E - x_B| = |x_E - (-1,5)| = |x_E + 1,5| = 2$ ومنه

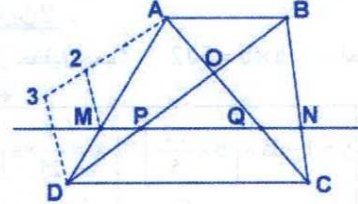
$$x_E + 1,5 = 2 \text{ او } x_E + 1,5 = -2 \text{ وبالتالي}$$

$$x_E = 2 - 1,5 = 0,5 > 0 \text{ (ملغاة لانها موجبة) او}$$

$$x_E = -2 - 1,5 = -3,5 < 0 \text{ سالبة وهو الحل المطلوب}$$

التمرين 4 :

ABCD شبه منحرف كما يظهره الرسم علما أن $AB=5$ و $CD=10$ و $AD=8$ بالصم



المستقيمان (AC) و (BD) يتقاطعان في النقطة O. لتكن M نقطة من [AC]

حيث $AM = \frac{2}{3} AD$ الموازي للمستقيم (AB) والمار من M يقطع [BD]

في P و [AC] في Q و [BC] في N
(1) اكمل الشكل . منجز

(2) - لنحسب PQ : بما ان $P \in [MQ]$ فان $PQ = MQ - MP$

* لنحسب MP ؛ في المثلث ABD نجد (MN) يوازي (AB) و يقطع (AD) في M و (BD) في P فحسب طالس نكتب :

$$\frac{MP}{4} = \frac{1}{3} \text{ ومنه } \frac{MP}{AB} = \frac{1}{3} \text{ ان } \frac{DM}{DA} = \frac{1}{3} \text{ الا ان } \frac{DM}{DA} = \frac{DP}{DB} = \frac{MP}{AB}$$

$$MP = \frac{4}{3} \text{ وبالتالي}$$

** وكذلك لحساب MQ نعتبر المثلث ACD و حسب طالس نجد $MQ = \frac{16}{3}$

$$PQ = MQ - MP = 4 \text{ الخلاصة :}$$

(3) - لنستنتج ان O منتصف [AQ] :

(PQ) // (AB) و $AB = PQ = 4$ فالرباعي ABQP متوازي الاضلاع اذن قطراه يتقاطعان في المنتصف ومنه O منتصف [AQ]



اصلاح الفروض الاولى عدد 1 ** نموذج **

التمرين 1 :

نعتبر العددين الحقيقيين التاليين : $a = \frac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}}$ و $b = \frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1}$

$$a = \frac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3} \quad \text{أ-}$$

ب-

$$(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1) = (2\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 1^2 = 12 - 1 = 11$$

ج- استنتاج :

$$b = \frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1} = \frac{(3\sqrt{3}-4)(2\sqrt{3}-1)}{(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)} = \frac{3\sqrt{3}\times 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 4}{11}$$

$$= \frac{22-11\sqrt{3}}{11} = \frac{11(2-\sqrt{3})}{11} = 2-\sqrt{3}$$

د- لنجد x بحيث : $\frac{x}{a} = \frac{b}{x}$

يعني $\frac{x}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{x}$ يعني $\frac{x}{a} = \frac{b}{x}$

$x = -1$ او $x = 1$ يعني $x^2 = (2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 1$

سؤال اختياري (+1) :

$$Q = \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{\frac{a^2-b^2}{ab}}{\frac{a+b}{ab}} = \frac{a^2-b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} = a-b$$

نستنتج حساب Q : $Q = a-b = (2+\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$

التمرين 2 :

1) اذا علمنا ان : $|x-5| = 12$ فلنحسب $|1-\frac{x}{5}|$ بدون حساب x

$$|1-\frac{x}{5}| = \left| \frac{5-x}{5} \right| = \frac{|5-x|}{|5|} = \frac{|x-5|}{5} = \frac{12}{5} = 2.4$$

2) اختصر الى اقصى حد العددين C و D التاليين :

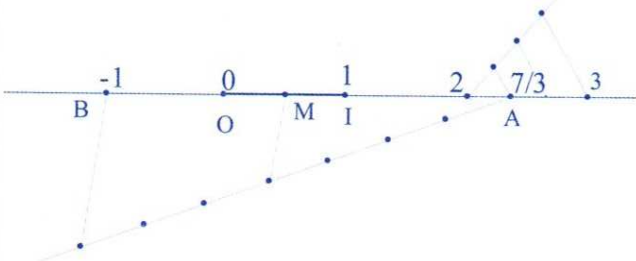
$$D = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{3\sqrt{20}-\sqrt{45}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{6\sqrt{5}-3\sqrt{5}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{15}$$

$$C = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{10}}}{-\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{10}} \times \sqrt{2} = -\frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

التمرين 3 :

(D) هو المستقيم العددي المقترن بالمعین $(O; I)$ حيث $OI=2$ بالصم

1) ا) لنرسم على (D) النقاط A و B حيث : $x_A = \frac{7}{3}$ و $x_B = -1$



1) في المثلث ABC نجد (MN) يوازي (CB) و يقطع (AB) في M

و (AC) في N فحسب طالس نكتب : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{CB}$ الا ان

مما تعطي $\frac{AN}{6} = \frac{1}{2}$ وكذلك نجد $MN = \frac{7}{2} = 3.5$ ان $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$$AN = \frac{6}{2} = 3$$

2) أ- * في المثلث AMN نجد (AN) يوازي (BI) و يقطع (AM) في B

و (MN) في I فحسب طالس نكتب : $\frac{MN}{MI} = \frac{MA}{MB} = \frac{AN}{IB}$ الا ان

وبالتالي $MI = 3.5$ ومنه $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{2} = 1$ اي $MN = MI$

** من خلال $\frac{MA}{MB} = \frac{AN}{IB}$ نستنتج ان $1 = \frac{AN}{IB}$ ومنه

ان $AN = IB$ ان $IB=3$

ب- لدينا $MN = MI = 3.5$ و $M \in [IN]$ فحتما M منتصف [IN]

ج- M منتصف القطرين [IN] و [AB] فالرباعي ANBI متوازي الاضلاع

$$\left(\begin{array}{l} \frac{NO}{AI} = \frac{1}{2} \\ \frac{CO}{CI} = \frac{1}{2} \\ \frac{CN}{CA} = \frac{1}{2} \end{array} \right) \text{ لدينا (3) } \frac{NO}{AI} = \frac{CO}{CI} = \frac{CN}{CA} \Rightarrow$$

تلاحظ ان $\frac{NO}{AI} = \frac{1}{2}$ لان في المثلث ACI نجد N منتصف [AC] و O منتصف

[IC] فحتما (ON) يوازي (AI) و $NO = \frac{AI}{2}$ ومنه $\frac{NO}{AI} = \frac{1}{2}$

اما النسب الاخرى فهي بديهية لان O منتصف [CI] و N منتصف [AC]



• التمرين 1 :

(1) نعتبر العددين A و B التاليين :

$$B = 9\sqrt{\frac{28}{99}} + 8\sqrt{\frac{27}{32}} - 4\sqrt{\frac{63}{44}} - 10\sqrt{\frac{48}{50}} \quad \text{و} \quad A = 3\left(\frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{20}-\sqrt{45}}\right)$$

لنبين أن : $A = \sqrt{3}$ و $B = -\sqrt{6}$

$$A = 3\left(\frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{20}-\sqrt{45}}\right) = 3\left(\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}}{3\sqrt{2}\sqrt{5}-3\sqrt{5}}\right) = 3\left(\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}(\sqrt{2}-1)}\right) = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} B &= 9\sqrt{\frac{28}{99}} + 8\sqrt{\frac{27}{32}} - 4\sqrt{\frac{63}{44}} - 10\sqrt{\frac{48}{50}} = \\ &= 9\sqrt{\frac{4\times 7}{9\times 11}} + 8\sqrt{\frac{9\times 3}{16\times 2}} - 4\sqrt{\frac{9\times 7}{4\times 11}} - 10\sqrt{\frac{16\times 3}{25\times 2}} = \\ &= 9\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{11}} + 8\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}} - 4\frac{3}{2}\sqrt{\frac{7}{11}} - 10\frac{4}{5}\sqrt{\frac{3}{2}} = \\ &= 6\sqrt{\frac{7}{11}} + 6\sqrt{\frac{3}{2}} - 6\sqrt{\frac{7}{11}} - 8\sqrt{\frac{3}{2}} = \\ &= -2\sqrt{\frac{3}{2}} = -\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$C = \frac{-\sqrt{6}}{\sqrt{6}-2} + \frac{2}{\sqrt{6}+2} \quad \text{ليكن المجموع } C \text{ التالي :}$$

لنبين أن $C \in \mathbb{Z}_-$

$$\begin{aligned} C &= \frac{-\sqrt{6}}{\sqrt{6}-2} + \frac{2}{\sqrt{6}+2} = \frac{-\sqrt{6}(\sqrt{6}+2) + 2(\sqrt{6}-2)}{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)} = \\ &= \frac{-6 - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 4}{6-4} = \frac{-10}{2} = -5 \in \mathbb{Z}_- \end{aligned}$$

• التمرين 2 :

(1) اكتب على شكل قوة لعدد صحيح :

$\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-6} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^6 =$	$\sqrt{7}^{17} \times \sqrt{7}^{-9} =$
$\sqrt{5}^6 \times \frac{\sqrt{3}^6}{\sqrt{5}^6} =$	$= \sqrt{7}^8$
$\sqrt{3}^6 = 3^3$	$= \left[(\sqrt{7})^2\right]^4$
$\sqrt{3}^{12} + \sqrt{3}^{12} + \sqrt{3}^{12} =$	$= 7^4$
$3 \times \sqrt{3}^{12} =$	$5^{11} \times \sqrt{5}^{-6} \sqrt{5}^{-8} =$
$3 \times 3^6 =$	$5^{11} \times \sqrt{5}^{-14} =$
3^7	$5^{11} \times 5^{-7} =$
	5^4

ب- لنحسب AB :

$$AB = |x_B - x_A| = |x_A - x_B| = \left|\frac{7}{3} - (-1)\right| = \frac{10}{3}$$

ج- لنبني النقطة M من [AB] بحيث : $AM = \frac{4}{7}AB$. منجز

د- لنجد m فاصلة M : $AM = \frac{4}{7}AB$ تعطي

$$x_M - \frac{7}{3} = -\frac{40}{21} \quad \text{او} \quad x_M - \frac{7}{3} = \frac{40}{21} \quad \text{ومنه} \quad \left|x_M - \frac{7}{3}\right| = \frac{4}{7} \times \frac{10}{3} = \frac{40}{21}$$

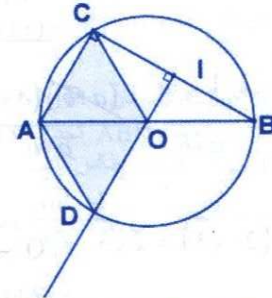
$$x_M = -\frac{40}{21} + \frac{49}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} \quad \text{او} \quad x_M = \frac{40}{21} + \frac{7 \times 7}{3 \times 7} = \frac{89}{21}$$

الا ان M نقطة من [AB] ان لا بد ان يكون $x_M \leq \frac{7}{3}$ و $x_M \geq -1$.

الخلاصة : $x_M = \frac{3}{7}$ لان $-1 < \frac{3}{7} < \frac{7}{3}$ (وهي متناغمة مع موقعها على المستقيم)

• التمرين 4 :

وحدة القيس هي الصم . المطلوب بناء دائرة في ذات المركز O والقطر [AB] بحيث $AB=8$.



أ- ابن نقطة C من في بحيث $AC=4$ ؛ ليكن I منتصف [BC] ؛ لنبين أن (OI) // (AC) ثم نحسب OI .

في المثلث ABC نجد O منتصف [AB] و I منتصف [BC] اذن (OI) يوازي

$$OI = \frac{AC}{2} = 2 \quad \text{و} \quad (AC) // (OI) \quad \text{الخلاصة :} \quad OI = \frac{AC}{2}$$

ب- نبرز نوع المثلث OBC ثم نستنتج أن المثلث ABC قائم في C :

لدينا $OB=OC$ شعاعان لنفس الدائرة اذن المثلث OBC متقايس الضلعين ؛

ينتج ان المتوسط [OI] الصادر من O يطابق اذن الارتفاع الموافق لـ [BC] ؛

ومنه (OI) يعامد (BC) ومن جهة ثانية (AC) // (OI) فحتما (BC) يعامد (AC) في C

الخلاصة : المثلث ABC قائم في C .

ج- [IO] يقطع في D ؛ لنبين أن الرباعي ACOD معين :

في الرباعي ACOD نجد (AC) // (OD) لان (AC) // (OI) و D نقطة من

(OI) ونجد $AC=OD=4$ فالرباعي ACOD هو متوازي الاضلاع ومن جهة

ثانية $OC=OD=4$ (شعاعان لنفس الدائرة) فالرباعي ACOD معين



(6) حدد فاصلة كل من M و N

لدينا : $\frac{AM}{2} = \frac{MN}{3} = \frac{NB}{4}$ و M و N من [AB] و $M \in [AN]$ مما

يعطي (*) $\frac{AM}{2} = \frac{MN}{3} = \frac{NB}{4} = \frac{AM+MN+NB}{2+3+4} = \frac{AB}{9} = \frac{AB}{9}$ هام جدا : $AM + MN + NB = AB$ لأن M و N من [AB] و

$M \in [AN]$ ينتج عن (*) ان : $\frac{AM}{2} = \frac{AB}{9}$ مما يعطي

$$AM = \frac{2 \times AB}{9}$$

$$\left| x_M + \frac{7}{3} \right| = \frac{29}{27} \text{ او } AM = \frac{2 \times \frac{29}{6}}{9} = \frac{29}{3} \times \frac{1}{9} = \frac{29}{27}$$

$$x_M = \frac{29}{27} - \frac{7}{3} = \frac{92}{27} < -3 \text{ اذن } x_M + \frac{7}{3} = -\frac{29}{27} \text{ او } x_M + \frac{7}{3} = \frac{29}{27}$$

$$-\frac{34}{27} < \frac{5}{2} \text{ و } -\frac{34}{27} > \frac{-7}{3} \text{ و } x_M = -\frac{7}{3} + \frac{29}{27} = \frac{-34}{27}; \text{ او}$$

$$\frac{-34}{27} \text{ لان } x_M = \frac{-34}{27} \simeq -1.25... \text{ الخلاصة :}$$

بين فاصلتي x_B و x_A

ينتج كذلك عن (*) ان $\frac{NB}{4} = \frac{AB}{9}$ مما يعطي $NB = \frac{4 \times AB}{9}$ و بنفس

التمشي نجد : $x_N = \frac{251}{54} > 4$ اذن ملغى او

$$-\frac{7}{3} < x_N = \frac{19}{54} \simeq 0.35.. < 2.5$$

$$x_N = \frac{19}{54} \simeq 0.35.. \text{ الخلاصة :}$$

هام جدا : علينا ان ننظر في تناغم القيم العددية $0.35..$ و $-1.25...$ مع مواقع

النقاط M و N على المستقيم Δ

(2) ضع * امام الأجابة السليمة :

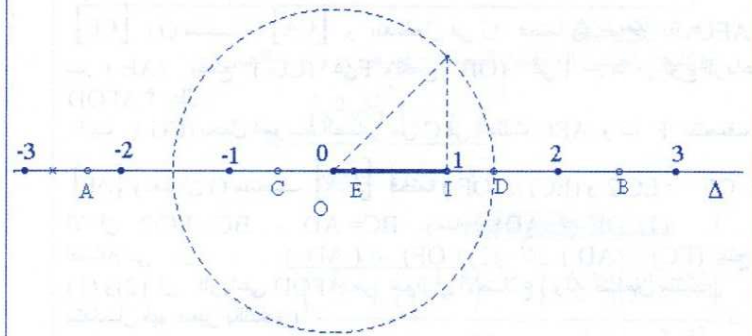
	$* 2^{-4}$		$* -0,2\sqrt{2}^4$
$(\sqrt{2})^{-8} =$	$(-\sqrt{2})^8$	$\frac{-\sqrt{2}^4}{5} =$	$\frac{4}{625}$
	$* 16^{-1}$		$* -0,8$

التمرين 3 :

ليكن Δ مستقيما مقترنا بالمعيارين (O,I) حيث $OI=1,8$ بالصم .

(1) عين النقاط D و C و B و A حيث :

$$x_A = -\frac{7}{3} ; x_B = \frac{5}{2} ; x_C = 1 - \sqrt{2} ; x_D = \sqrt{2}$$



(2) احسب الابعاد AB و BD .

$$AB = |x_B - x_A| = \left| \frac{5}{2} - \left(-\frac{7}{3} \right) \right| = \left| \frac{5}{2} + \frac{7}{3} \right| = \frac{29}{6}$$

$$BD = |x_D - x_B| = \left| \sqrt{2} - \frac{5}{2} \right| = -\left(\sqrt{2} - \frac{5}{2} \right) = \frac{5}{2} - \sqrt{2}$$

$$x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-\frac{7}{3} + \frac{5}{2}}{2} = \frac{\frac{-14}{6} + \frac{15}{6}}{2} = \frac{1}{12} \text{ يعني } [AB] \text{ منتصف E}$$

(4) لنجد x_F فاصلة النقطة F حيث $DF=3$ و x_F سالب .

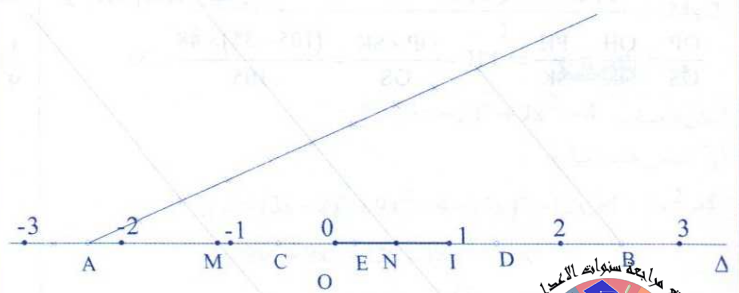
$$DF=3 \text{ يعني } |x_F - x_D| = |x_F - \sqrt{2}| = 3 \text{ ومنه } x_F - \sqrt{2} = 3 \text{ او } x_F - \sqrt{2} = -3$$

$$x_F - \sqrt{2} = -3$$

وبالتالي $x_F = 3 + \sqrt{2} > 0$ (اذن ملغاة لانها موجبة) او

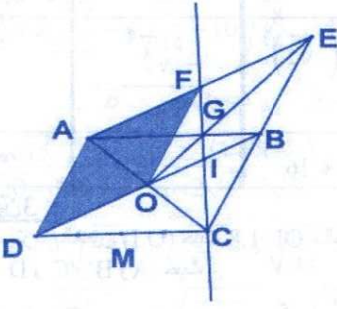
$$x_F = \sqrt{2} - 3 \text{ الخلاصة : } x_F = -3 + \sqrt{2} = \sqrt{2} - 3 < 0$$

(5) بناء النقطتين M و N من [AB] بحيث : $\frac{AM}{2} = \frac{MN}{3} = \frac{NB}{4}$ و $M \in [AN]$



• التمرين 3: وحدة القيس هي الصم

ABCD هو متوازي الاضلاع حيث $BD=8$ و $BC=4$ و O مركزه .
1- ابن النقطة E منظره C بالنسبة الى B ، (OE) و (AB) يتقاطعان في G



أ. ماذا تمثل G في المثلث AEC ؟ علل .

القطعتان $[OE]$ و $[AB]$ يمثلان متوسطين في المثلث AEC لان B منتصف

$[CE]$ و O منتصف $[CA]$ و يتقاطعان في G فحتمًا G مركز ثقل AEC .

ب. (AE) يقطع (CG) في F ويقطع (OB) في I . ما هو نوع الرباعي AFOD ؟ علل .

لدينا : (CG) يحمل المتوسط الصادر من C في المثلث AEC و لذا F منتصف

$[AE]$ ونعلم ان O منتصف $[CA]$ فحتمًا $(OF) \parallel (EC)$ و $OF = EC/2$ ؛

الا ان $BC = EC/2$ و $BC = AD$ ومنه $OF = AD$ (1)

اضافة الى ان : $(AD) // (OF)$ (2) لان $(AD) // (EC)$ ينتج عن (1) و (2) ان الرباعي AFOD هو متوازي الاضلاع (وله ضلعان متتاليان

متقايسان فهو معين بالتدقيق)

ج- لنحسب النسبة $\frac{IG}{GF}$: بتطبيق طالس في المثلث EFG لان (EF) // (OB)

وحيث I نقطة من (FG) و O نقطة من (EG) فنجد $\frac{IG}{GF} = \frac{GO}{GE} = \frac{IO}{FE}$ الا ان

$\frac{IG}{GF} = 0.5$ ومنه مركز ثقل AEC لان G $\frac{GO}{GE} = \frac{\frac{1}{3}OE}{\frac{2}{3}OE} = \frac{1}{2} = 0.5$

M-2 منتصف [DC] ، احسب MF . الرباعي AECD هو شبه منحرف

قاعدتاه $[DA]$ و $[CE]$ و M منتصف $[DC]$ و F منتصف $[AE]$

$$MF = \frac{AD + CE}{2} = \frac{4 + 8}{2} = 6$$

ومنه :

• التمرين 4 :

نريد حفر بئر على سفح هذه الربوة في النقطة P؛ عمق هذه البئر هو PH وارتفاع الربوة هو SK

إذا علمت أن $PS=35m$ وأن $OS=105m$ وأن $SK=48m$ فاحسب PH عمق البئر.

المستقيم (OT) يمثل مستوي الماء .

نعمتد على طالس في المثلث OSK بحیث : (SK) // (PH) و $P \in [OS]$
و $H \in [OK]$ ومنه :

$$\frac{OP}{OS} = \frac{OH}{OK} = \frac{PH}{SK} \Rightarrow PH = \frac{OP \times SK}{OS} = \frac{(105 - 35) \times 48}{105} = 32$$

اصلاح فرض المراقبة 3 نموذج 2

• التمرين 1 :

$$\begin{aligned} a &= (\sqrt{2})^{-4} \sqrt{80} - 2(5\sqrt{2}+7)^{-6} (5\sqrt{2}-7)^{-6} \\ &= (\sqrt{2})^{-4} \sqrt{16 \times 5} - 2 \left[(5\sqrt{2}+7)(5\sqrt{2}-7) \right]^{-6} \\ &= (\sqrt{2})^{-4} \times 4\sqrt{5} - 2(50-49)^{-6} \\ &= 2^{-2} \times 4\sqrt{5} - 2 \times 1^{-6} \\ &= \frac{1}{\cancel{4}} \times \cancel{4} \sqrt{5} - 2 \\ &= \sqrt{5} - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{4}(3-\sqrt{5})(11+\sqrt{5}) \\ &= \frac{1}{4}(3-\sqrt{5})(11+5\sqrt{5}) \\ &= \frac{1}{4}[33+15\sqrt{5}-11\sqrt{5}-25] \\ &= \frac{1}{4}(8+4\sqrt{5}) \\ &= 2+\sqrt{5} \end{aligned}$$

**** لیبن ان a هو مقلوب b :**

$$b \text{ هو مقلوب } a \text{ إذن } (\sqrt{5}-2)(2+\sqrt{5})=5-4=1$$

ب۔ لحسب اذن p :

$$p = a^{13}b^{12} = a^{12} \times a \times b^{12} = (ab)^{12} \times a = 1^{12} \times a = a = \sqrt{5} - 2$$

• التمرين 2 :

(1) لنحسب :

$a = \sqrt{2}^8 + (-1)^{52}$ $= 2^4 + 1$ $= 16 + 1$ $= 17$	$b = \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \left(1 - \frac{3}{2}\right)^2$ $= \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \left(-\frac{1}{2}\right)^2$ $= \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{1}{4}$ $= 1$	$c = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^{-2} - \frac{5}{4}$ $= \left(\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)^2 - \frac{5}{4}$ $= \frac{3^2}{4 \times 3} - \frac{5}{4}$ $= \frac{3}{4} - \frac{5}{4}$ $= -\frac{1}{2}$	$d = \left(\frac{-\sqrt{15}}{\sqrt{5}}\right)^2$ $= \left(\frac{-\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2$ $= 3$
--	---	--	--

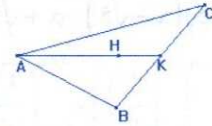
(2) نكمل الفراغات

$$\left. \begin{aligned} \frac{25}{16}x^2 - 2 \times \left(\frac{5}{4}x\right) \times 1 + 1 &= \left(\frac{5}{4}x - 1\right)^2 & ; & \quad 3y^2 + 2\sqrt{3}y + 1 = \left(\dots\sqrt{3}y \dots + 1\right)^2 \\ \frac{1}{9}t^2 - \frac{5}{3}t + \dots \frac{25}{4} \dots &= \left(\dots\frac{1}{3}t \dots - \frac{5}{2}\right)^2 & ; & \quad 4m^2 - \dots \frac{36}{25} \dots = \left(2m - \frac{6}{5}\right)\left(\dots 2m \dots + \frac{6}{5}\right) \end{aligned} \right\}$$

اصلاح فرض المراقبة عدد 3 نموذج 3

التمرين 1 وضع علامة x في خانة المعنى السليم.

$a = \sqrt{5} + 2$	a مقلوب $\sqrt{5} - 2$ يعني
$3a + ab$	$a(3+b)$ يساوي
خ	مهما يكن العدد الحقيقي x فإن $\sqrt{x^2} = x$
خ	مهما يكن العددين الحقيقيان x و y فإن $x^2 = y^2$ يعني $x = y$
خ	لدينا $HK = \frac{AK}{3}$ إذن K منتصف [BC]



التمرين 2

1) ليكن العددين الحقيقيين المخالفين للصفر x و y و العبارة :

$$A = \frac{(x^2 y^3)^2 (y^{-1} x^3)^{-4}}{x^{-7} y^6 (x^2 y^{-3})^{-1}}$$

أ- اختصر العبارة A.

$$A = \frac{(x^2 y^3)^2 (y^{-1} x^3)^{-4}}{x^{-7} y^6 (x^2 y^{-3})^{-1}} = \frac{(x^4 y^6)(y^4 x^{-12})}{x^{-7} y^6 (x^{-2} y^3)} =$$

$$\frac{(x^{-8} y^{10})}{(x^{-9} y^9)} = \frac{x^{-8}}{x^{-9}} \times \frac{y^{10}}{y^9} = x^{-8+9} \times y^{10-9} = xy$$

$$A = xy$$

ب- احسب A إذا كان $x = \sqrt{2} - 1$ و $y = \sqrt{2} + 1$:

$$A = xy = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 2 - 1 = 1$$

2) نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث : $a = 3 + 2\sqrt{2}$ و $a = 3 - \sqrt{8}$

احسب : $a \times b$ و b^2 و a^2

$$a^2 = (3 + 2\sqrt{2})^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 = 9 + 12\sqrt{2} + 8 = 17 + 12\sqrt{2}$$

$$b^2 = (3 - \sqrt{8})^2 = (3 - 2\sqrt{2})^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 = 9 - 12\sqrt{2} + 8 = 17 - 12\sqrt{2}$$

$$a \times b = (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) = 3^2 - (2\sqrt{2})^2 = 9 - 8 = 1$$

استنتج حساب $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$

$$\frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{b^2 - a^2}{ab} = \frac{17 - 12\sqrt{2} - 17 - 12\sqrt{2}}{1} = -24\sqrt{2}$$

التمرين 3

لتكن العبارة $\xi = (3x - 2)^2 + 9x^2 - 4$

أ) لننشر هذه العبارة :

$$\xi = (3x - 2)^2 + 9x^2 - 4 = (3x)^2 - 12x + 4 + 9x^2 - 4 = 9x^2 + 9x^2 - 12x = 18x^2 - 12x$$

$$: x = -\sqrt{2}$$



$$\xi = 18x^2 - 12x = 18(-\sqrt{2})^2 - 12(-\sqrt{2}) = 36 + 12\sqrt{2}$$

ج) نفكك ξ إلى جذاء عوامل : $\xi = 18x^2 - 12x = 6x(3x - 2)$

$$6x(3x - 2) = 0 \quad \text{يعني} \quad \xi = 0$$

$$6x = 0 \quad \text{او} \quad (3x - 2) = 0 \quad \text{يعني}$$

$$x = 0 \quad \text{او} \quad x = \frac{2}{3} \quad \text{يعني}$$

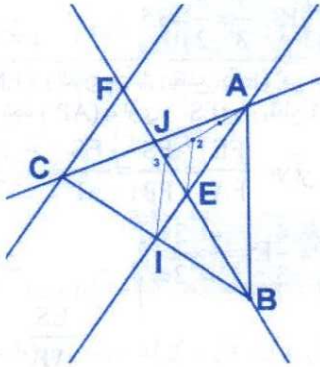
التمرين 4 :

وحدة القيس هي الصم

أ- أرسم مثلثا ABI حيث AB=6 و AI=5 و BI=3,5.

$$\text{ثم ابن النقطة E من [AI] حيث } 3AE = 2IA \text{ اي } AE = \frac{2}{3} AI$$

ب- ابن النقطة C منظرية B بالنسبة إلى I.



ج- برهن أن E مركز ثقل المثلث ABC :

في المثلث ABC نجد النقطة C هي منظرية B بالنسبة إلى I إذن I منتصف [BC] ومنه [AI] هو المتوسط الصادر من A ؛ النقطة E من [AI] تحقق $AE = \frac{2}{3} AI$ إذن E مركز ثقل المثلث ABC.

2) المستقيم (EB) يقطع (AC) في J. بين أن J منتصف [AC] وأن $IJ = 3$ * بما أن E مركز ثقل المثلث ABC فحتما [BE] سيحمل المتوسط النازل من A فيقطع وجوبا الضلع [AC] في منتصفه وبالتالي J هو منتصف [AC]. ** في المثلث ABC نجد J منتصف [AC] و I منتصف [BC] إذن $IJ = \frac{1}{2} AB = 3$

3) المستقيم الموازي لـ (AE) و المار من C يقطع (EB) في F. في المثلث AJE نجد (CF) يوازي (AE) و يقطع (EJ) في F و (AJ) في C

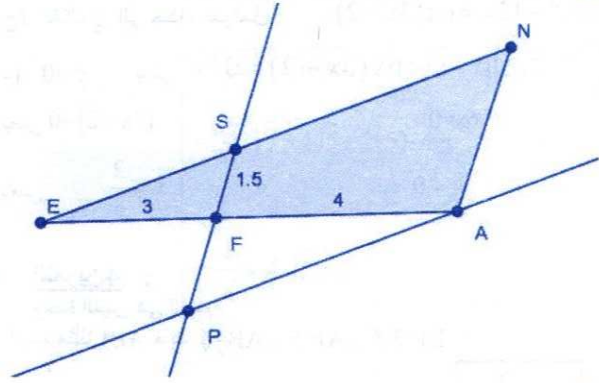
$$\text{فحسب طالس نكتب : } \frac{JA}{JC} = \frac{JE}{JF} = \frac{AE}{CF} \quad \text{الا ان} \quad \frac{JA}{JC} = 1 \quad \text{ومنه}$$

$$\text{ونعلم ان } (CF) \parallel (AE) \text{ فالرباعي AECF ان } AE = CF \quad \text{اذن} \quad \frac{AE}{CF} = 1$$

$$\text{متوازي الاضلاع و بما ان } AE = CF \text{ فان : } CF = \frac{2}{3} AI = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$$

التمرين 1

المعطيات : وحدة القياس هي الصم ثم (SF)/(AN) و EF=3 و AF=4 و SF=1.5



المطلوب :

(1) في المثلث AEN تجد (SF) يوازي (AN) و يقطع (EN) في S و (EA) في F فحسب طالس نكتب : $\frac{EF}{EA} = \frac{ES}{EN} = \frac{FS}{AN}$ الا ان $\frac{EF}{EA} = \frac{3}{7}$ ومنه

$$\frac{FS}{AN} = \frac{3}{7} \quad \text{اذن} \quad \frac{FS}{AN} = \frac{3}{7}$$

(2) الموازي لـ (EN) والمار من A يقطع (FS) في P ؛ احسب FP. في المثلث FES تجد (AP) يوازي (ES) و يقطع (EF) في A و (SF) في P فحسب طالس نكتب :

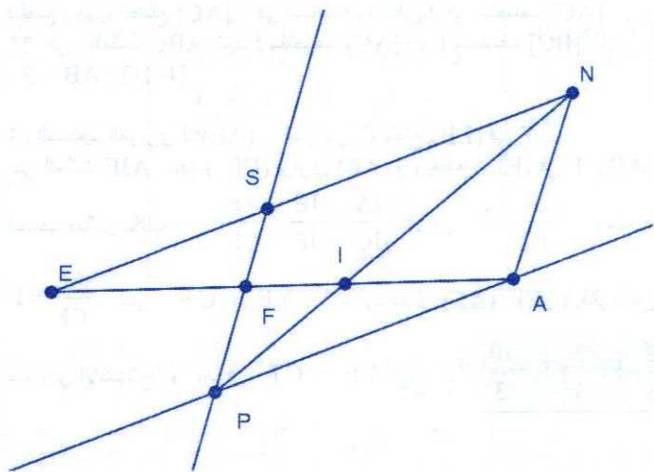
$$\frac{EF}{FA} = \frac{3}{4} \quad \text{ومنه} \quad \frac{FE}{FA} = \frac{FS}{FP} = \frac{ES}{AP} \quad \text{اذن} \quad \frac{FS}{FP} = \frac{3}{4}$$

(3) لنحسب النسبة $\frac{ES}{AP}$:

$$\frac{ES}{AP} = \frac{FE}{FA} = \frac{3}{4} \quad \text{ومنه} \quad \frac{FE}{FA} = \frac{FS}{FP} = \frac{ES}{AP}$$

(4) (AE) يقطع (PN) في I ؛ بين ان : $IA^2 = IE \times IF$ على التوالي سنجد : بتطبيق طالس في المثلثين IAN ثم IAP

$$\frac{IA}{IF} = \frac{IN}{IP} = \frac{AN}{FP} \quad (1) \quad \text{ثم} \quad \frac{IE}{IA} = \frac{IN}{IP} = \frac{EN}{AP} \quad (2) \quad \text{ينتج عن (1) و (2)}$$



و بملاحظة ان $\frac{IN}{IP}$ هو الرابط بينهما : $\frac{IE}{IA} = \frac{IA}{IF}$ وبالتالي $IA^2 = IE \times IF$

التمرين 2

ا- لنحسب ac اذا علمنا ان $b = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$ (جذاء الوسطين يساوي جذاء الطرفين لان لدينا تناسب)



$$ac = 2b^3 = 2 \left(\frac{-3\sqrt{2}}{2} \right)^3 = 2 \frac{(-3\sqrt{2})^3}{2^3} = \frac{(-3\sqrt{2})^3}{2^2} = \frac{(-3)^3 \times \sqrt{2}^3}{2 \times 2} = \frac{-27 \times 2\sqrt{2}}{4} = -\frac{27\sqrt{2}}{2}$$

$$ac = -\frac{27\sqrt{2}}{2}$$

ب- احسب abc اذا علمت ان $b^2 = \frac{\sqrt{5}}{2}$:

$$abc = \left(\frac{2b^3}{c} \right) bc = \frac{2b^3 b}{c} = 2b^4 = 2 \left(b^2 \right)^2 = 2 \left(\frac{\sqrt{5}}{2} \right)^2 = 2 \times \frac{5}{4} = 2.5$$

(2) لتكن العبارة C التالية : $C = (x+5)(x-\sqrt{5}) - x + \sqrt{5}$ ا- لننشر العبارة C :

$$\begin{aligned} C &= (x+5)(x-\sqrt{5}) - x + \sqrt{5} \\ &= x^2 - \sqrt{5}x + 5x - 5\sqrt{5} - x + \sqrt{5} \\ &= x^2 - \sqrt{5}x + 4x - 4\sqrt{5} \\ &= x^2 + (4-\sqrt{5})x - 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= x^2 + (4-\sqrt{5})x - 4\sqrt{5} \\ &= (-\sqrt{5})^2 + (4-\sqrt{5})(-\sqrt{5}) - 4\sqrt{5} \\ &= 5 - 4\sqrt{5} + 5 - 4\sqrt{5} \\ &= 10 - 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

ج- نبين مفككين C الى جذاء عوامل ان : $C = (x-\sqrt{5})(x+4)$

$$\begin{aligned} C &= (x+5)(x-\sqrt{5}) - x + \sqrt{5} \\ &= (x+5)(x-\sqrt{5}) - (x-\sqrt{5}) \times 1 \\ &= (x-\sqrt{5})[(x+5)-1] \\ &= (x-\sqrt{5})(x+4) \end{aligned}$$

د- $C=0$ يعني $(x-\sqrt{5})(x+4)=0$ يعني $(x+4)=0$ او $(x-\sqrt{5})=0$

$$x = \sqrt{5} \quad \text{او} \quad x = -4$$

يعني

التمرين 3 : اكمل الجمل التالية

في كل مثلث طول القطعة الرابطة بين منتصفي ضلعين يساوي نصف طول الضلع الثالث
في كل مثلث المستقيم المار من منتصف ضلع والموازي لحامل ضلع آخر يقطع الضلع الثالث في منتصفه
طول القطعة الرابطة بين منتصفي الضلعين الغير متوازيين في شبه المنحرف يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين

التمرين 4

(1) فكك العدد 216 الى جذاء عوامل اولية ثم اكمل اذن الفراغات التالية :

$$216 \times 2^7 = 2^{\dots} \times 3^6$$

بما ان $216 = 2^3 \times 3^3$ فان الكتابة $2^3 \times 3^3 \times 2^7 = 2^{\dots} \times 3^6$ توحي

$$(2^3 \times 3^3)^{2\dots} \times 2^7 = 2^{13\dots} \times 3^6 \quad \text{ومنه} \quad (3^3)^{2\dots} = 3^6$$

$$216^{2\dots} \times 2^7 = 2^{13\dots} \times 3^6$$

الخلاصة :

اصلاح فرض المثلث عدد 3 نموذج 5

التمرين 1

اكمل ب "ص" او "خ" (وحدة القيس هي الصم)

خ	العدد 0.0004325 يساوي $4325 \cdot 10^{-4}$
ص	اذا كان مثلث بحيث $AB=4$ و $AC=2\sqrt{5}$ و $BC=6$ فهو قائم الزاوية
ص	اذا كان مربع قيس طول ضلعه $2\sqrt{2}$ فان قيس طول قطره يساوي 4
خ	اذا كان مثلث متقايس الاضلاع قيس طول ارتفاعه $4\sqrt{3}$ فان 4 هو قيس طول ضلعه

التمرين 2

ا- لنبين ان $a = 2 + \sqrt{3}$:

$$a = \left(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3} \right)^{-1} = \frac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

ب- لنحسب $(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)$:

$$(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1) = (2\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 1 = 12 - 1 = 11$$

ج- الاستنتاج :

$$b = \frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1} = \frac{(3\sqrt{3}-4)(2\sqrt{3}-1)}{(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)} = \frac{18-3\sqrt{3}-8\sqrt{3}+4}{11} = \frac{22-11\sqrt{3}}{11} = \frac{N(2-\sqrt{3})}{N} = 2-\sqrt{3}$$

د- لنحسب بايسر طريقة :

$$S = a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 = (2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3})^2 = 4^2 = 16$$

$$T = a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = 4(2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}) = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$\frac{x-5}{-a} = \frac{b}{x+5} \text{ يعني } (x-5)(x+5) = -ab$$

$$(x-5)(x+5) = -ab$$

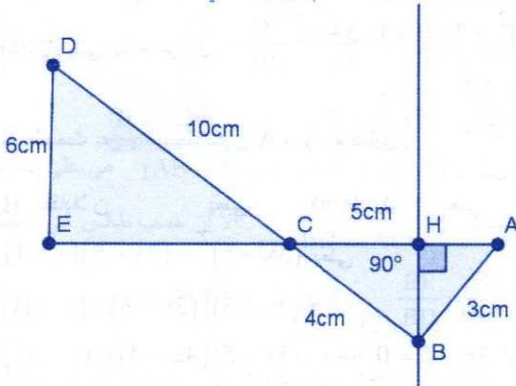
$$x^2 - 25 = -(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = -1$$

$$x^2 = 24$$

$$x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \text{ او } x = -\sqrt{24} = -2\sqrt{6}$$

التمرين 3

نعتبر الشكل اسفله : المثلث EDC قائم الزاوية في E



(1) المثلث ECD قائم الزاوية في E فحسب بيتاغور:

$$DC^2 = DE^2 + EC^2 \Rightarrow$$

$$EC^2 = DC^2 - DE^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow EC = 8$$

(ب) بين أن : المثلث ABC قائم الزاوية ثم استنتج ان $\hat{EDC} = \hat{BAC}$

نجد في المثلث ABC : $AC^2 = BC^2 + BA^2$ لان $5^2 = 4^2 + 3^2$ فحسب عكس بيتاغور المثلث ABC قائم الزاوية في B ؛

(2) اكتب في صورة قوة لعدد حقيقي:

$$a = \frac{5^{17} \times 0,02^{13}}{4^{-2} \times 10000^{-5}} = \frac{5^{17} \times \left(\frac{2}{10^2}\right)^{13}}{(2^2)^{-2} \times (10^4)^{-5}} = 5^{17} \times 2^{13} \times 10^{-26} \times 2^4 \times 10^{20} = 5^{17} \times 2^{17} \times 10^{-6} = 10^{17} \times 10^{-6} = 10^{11}$$

$$b = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-35} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{7}\right)^{-35} \times \left(\frac{4}{49}\right)^6 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \times -\frac{\sqrt{3}}{7}\right)^{-35} \times \left(\left(\frac{2}{7}\right)^2\right)^6 = \left(-\frac{2}{7}\right)^{-35} \times \left(-\frac{2}{7}\right)^{12} = \left(-\frac{2}{7}\right)^{-23} = \left(-\frac{7}{2}\right)^{23}$$



اصلاح فرض المراجعة عدد 4 نموذج 2

التمرين 1

لننشر $(2-\sqrt{3})^2$ ثم نبسط العدد $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

$$(2-\sqrt{3})^2 = 2^2 - 2 \times 2\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = \left| \frac{2-\sqrt{3}}{>0} \right| = 2-\sqrt{3}$$

(2) - لنستنتج تبسيطا للعدد $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$:

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = \left| \frac{2+\sqrt{3}}{>0} \right| = 2+\sqrt{3}$$

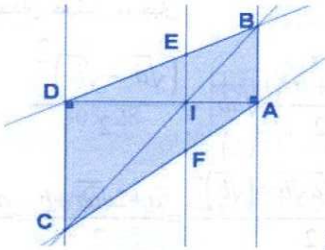
(3) * - لنحسب ما يلي : $A = \sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}$

$$A = \sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3} + 2+\sqrt{3} = 4$$

* - لنحسب ما يلي : $B = \sqrt{7-4\sqrt{3}} \times \sqrt{7+4\sqrt{3}}$

$$B = \sqrt{7-4\sqrt{3}} \times \sqrt{7+4\sqrt{3}} = (2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 4-3 = 1$$

التمرين 2



البناء :

(1) * - لنحسب AB : تجد (AB) يوازي (CD) ويقطع (DI) في A و (CI) في B في المثلث DIC

فحسب طالس نكتب : $\frac{IA}{ID} = \frac{IB}{IC} = \frac{AB}{DC}$ الا ان $\frac{IA}{ID} = \frac{3}{5}$ ومنه $\frac{AB}{DC} = \frac{3}{5}$

وبالتالي $AB = \frac{3}{5}DC$ اي $AB = 3.6$

** لنحسب BD و AC : المثلثان ABD و ACD قائمان على التوالي في A

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = (3.6)^2 + 8^2 = 76.96$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{76.96} \approx 8.8$$

وفي D فحسب بيتاغورس : $AC^2 = AD^2 + CD^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

$$\Rightarrow AC = 10$$

(2) - في المثلث ABD تجد (EI) يوازي (AB) ويقطع (DA) في I و (DB) في E

في E فحسب طالس نكتب : $\frac{DI}{DA} = \frac{DE}{DB} = \frac{IE}{AB}$ الا ان $\frac{DI}{DA} = \frac{5}{8}$ ومنه

$$\frac{IE}{AB} = \frac{5}{8} \text{ وبالتالي } IE = \frac{5}{8}AB \text{ اي } IE = 2.25$$

ب- مساقط B و E و D على (AC) بموازية (AB) هي على التوالي F و A و C

و C فحسب طالس : $\frac{BE}{BD} = \frac{AF}{AC}$ (1) الا ان حسب طالس في المثلث BCD

$$\text{نجد } \frac{BE}{BD} = \frac{BI}{BC} = \frac{IE}{CD} \text{ وكذلك في المثلث ACD}$$

$$\frac{AF}{AC} = \frac{AI}{AD} = \frac{IF}{CD} \text{ ؛ ينتج عن 1 و 2 و 3 ان } \frac{IE}{CD} = \frac{IF}{CD} \text{ اي } IE = IF \text{ ونعلم}$$

$$\text{ان } I \in [EF] \text{ وبالتالي } I \text{ منتصف } [EF] \text{ ومنه } EF = 2.25 \times 2 = 4.5$$

ملاحظة : أو باعتماد طالس في المثلث ADC فنجد $IF = 2.25$

ج- لنحسب L قيس محيط الرباعي ABCD

$$L = AB + BD + DC + CA \approx 3.6 + 8.8 + 6 + 10 \approx 28.4$$

(5) لنحسب ME : المساقط العمودية لـ E و M و A على (AB) هي على التوالي B و H و A

$$\frac{AM}{ME} = \frac{AH}{HB} \text{ فحسب طالس ومنه :}$$

$$ME = \frac{AM \times HB}{AH} = \frac{2\sqrt{5} \times \frac{8}{3}}{\frac{10}{3}} = 2\sqrt{5} \times \frac{8}{10} = \frac{8}{5}\sqrt{5}$$

(6) - المثلثان ANF و AFB يشتركان في الوتر [FA] ومنه منتصف الوتر [FA]

يسمى مركز الدائرة المحيطة بالمثلثين .

ملاحظة : نصف طول [FA] هو شعاع تلك الدائرة

ب- في المثلث AEF تمثل C المركز القائم فيه (علل لماذا)؛ وبالتالي $(EC) \perp (AF)$ ومنه المثلث ACT قائم في T الا ان [AC] هو قطر في

C_2 ومنه T نقطة من C_2

التمرين 3

نعتبر العددين a و b التاليين : $a = \sqrt{2^5} + 2\sqrt{7}$ و $b = 12\sqrt{\frac{22}{99}} - \frac{14}{\sqrt{7}}$

المنختصر a و b :

$$a = \sqrt{2^5} + 2\sqrt{7} = \sqrt{2^4} \times \sqrt{2} + 2\sqrt{7} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$$

$$b = 12\sqrt{\frac{22}{99}} - \frac{14}{\sqrt{7}} = 12\sqrt{\frac{11 \times 2}{11 \times 9}} - \frac{14 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = 12\sqrt{\frac{2}{9}} - \frac{14 \times \sqrt{7}}{7} = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$$

ب- لنحسب

$$a + b = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{7} + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{7} = 8\sqrt{2}$$

$$a - b = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = 8\sqrt{2} \times 4\sqrt{7} = 32\sqrt{14}$$

ج- لنبين ان : $\sqrt{ab} = 2$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{(4\sqrt{2} + 2\sqrt{7})(4\sqrt{2} - 2\sqrt{7})} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{7})^2} = \sqrt{32 - 28} = 2$$

التمرين 4

(1) برهن أنه اذا كان $a \leq \sqrt{5} + 1$ فان $(\sqrt{5} - 1)a \leq 4$

لدينا $\sqrt{5} - 1 \in \mathbb{R}^+$ و $a \leq \sqrt{5} + 1$ ان

$$(\sqrt{5} - 1)a \leq (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1) \text{ ومنه } (\sqrt{5} - 1)a \leq 4$$

(2) لدينا $-\sqrt{3} \in \mathbb{R}^-$ و $a < 2\sqrt{3}$ ان

$$(-\sqrt{3})a > 2\sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) \text{ ومنه } (-\sqrt{3})a > -6$$



التمرين 1

نعتبر عددين حقيقيين موجبين قطعاً a و b حيث $a < b$. لنقارن مع التبرير:

$\frac{a+b}{4} > \frac{ab}{a+b}$	$\frac{a^2-b}{5} < 0.2(b^2-a)$	$\frac{2}{3}a-1 < \frac{5}{4}b+2$
$\frac{a+b}{4} - \frac{ab}{a+b} = \frac{(a+b)^2-4ab}{4(a+b)} = \frac{a^2+2ab+b^2-4ab}{4(a+b)} = \frac{(a-b)^2}{4(a+b)} \geq 0$ $\frac{(a-b)^2}{4(a+b)} \in \mathbb{R}_+$	$a < b \Rightarrow a^2 < b^2$ $a < b \Rightarrow -b < -a$ $a^2 - b < b^2 - a$ $\frac{1}{5} \in \mathbb{R}_+$ ونعلم ان فان $\frac{1}{5}(a^2-b) < \frac{1}{5}(b^2-a)$ اي $\frac{a^2-b}{5} < 0.2(b^2-a)$	$a < b \Rightarrow \frac{2}{3}a < \frac{5}{4}b$ $\frac{2}{3}a-1 < \frac{5}{4}b+2$ لان جميع الاطراف موجبة وبما ان $-1 < 2$ فان $\frac{2}{3}a-1 < \frac{5}{4}b+2$

التمرين 2

لتكن العبارة E التالية: $E = (2x-7)^2$

أ- $E = (2x-7)^2 = (2x)^2 - 2 \times (2x) \times 7 + 49 = 4x^2 - 28x + 49$

ب- احسب بايسر طريقة العبارة E اذا كان $x = 3.5 - \sqrt{2}$

$E = (2 \times (3.5 - \sqrt{2}) - 7)^2 = (-2\sqrt{2})^2 = 8$

3) لتكن العبارة D كالآتي: $D = 4x^2 - 28x + 48$

أ- لنبين ان $D = (2x-7)^2 - 1$ ثم نستنتج ان: $D = 4(x-3)(x-4)$

$(2x-7)^2 - 1 = 4x^2 - 28x + 49 - 1 = 4x^2 - 28x + 48 = D$

$D = (2x-7)^2 - 1 = [(2x-7)+1][(2x-7)-1] = (2x-6)(2x-8) = 2(x-3) \times 2(x-4) = 4(x-3)(x-4)$

ب- استنتج x حيث: $x^2 - 7x + 12 = 0$

نلاحظ ان: $(x-3)(x-4) = x^2 - 4x - 3x + 12 = x^2 - 7x + 12$

اذن $x^2 - 7x + 12 = 0$ يعني $(x-3)(x-4) = 0$ ومنه $x = 3$ او $x = 4$

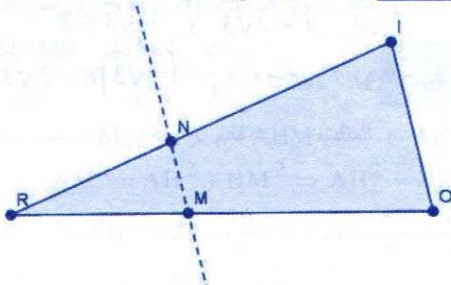
ج- حتى يكون جدول تناسب طردي يجب ان يكون جداء الطرفين مساويا لجداء الوسطين

اي $((7-x)x = 2 \times 6 \Rightarrow -x^2 + 7x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0)$

ومنه مما سبق ينتج $x = 3$ او $x = 4$

التمرين 3

وحدة القيس هي الصم



(1) في المثلث IRO نجد: $RO^2 = 10^2 = 100$
 $RI^2 + IO^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 = RO^2$

فحسب عكس بيتاغور المثلث IRO قائم في I

(2) عبر عن RN و MN بدلالة x.

في المثلث IRO نجد (MN) يوازي (IO) و يقطع (IR) في N و (RO) في M

فحسب طاليس نكتب: $\frac{RM}{RO} = \frac{x}{10}$ الا ان $\frac{RN}{RI} = \frac{RM}{RO} = \frac{MN}{IO}$ ومنه

لنحسب A قيس مساحة الرباعي $ABDC$ — cm^2 :

$A = \frac{(AB+CD) \times AD}{2} = \frac{(3.6+6) \times 8}{2} = 38.4$

التمرين 3

6 ♣	3	$3\sqrt{2}$	اذا كان ABCD مربعا طول ضلعه $3\sqrt{2}$ صم فان طول قطره يساوي
$2\sqrt{6}$	$\sqrt{3}$	4 ♣	اذا كان ABC مثلثا متقايس الاضلاع طول ضلعه بالصم $2\sqrt{3}$ فان طول ارتفاعه يساوي

التمرين 4

a و b عدنان حقيقيان موجبان.

(1) - نبين ان: $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}$

$\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} = \frac{(\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2}{2} = \frac{a - 2\sqrt{ab} + b}{2} = \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}$

(2) - نستنتج مقارنة العددين: $\frac{a+b}{2}$ و $\sqrt{ab}$

بما ان $\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \in \mathbb{R}_+$ فان $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

(3) - نقارن بين $\frac{\pi+\sqrt{7}}{2}$ و $\sqrt{\pi\sqrt{7}}$

اذا اعتبرنا $b = \sqrt{7}$ و $a = \pi$ وهما عدنان حقيقيان

موجبان وطبقنا الاستنتاج (2) فنحصل على $\frac{\pi+\sqrt{7}}{2} > \sqrt{\pi\sqrt{7}}$



اصلاح فرض المراقبة عدد 4 نموذج 4

التمرين 1

نعتبر العددين الحقيقيين a و b التاليين :

$$b = 3 \left(\frac{5-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}} \right)^{-1} \text{ و } a = 3\sqrt{20} - \sqrt{54} + 2\sqrt{24} - \sqrt{125}$$

$$\begin{aligned} a &= 3\sqrt{20} - \sqrt{54} + 2\sqrt{24} - \sqrt{125} \\ &= 3\sqrt{4 \times 5} - \sqrt{9 \times 6} + 2\sqrt{4 \times 6} - \sqrt{25 \times 5} \\ &= 6\sqrt{5} - 3\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 5\sqrt{5} \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{6} \\ b &= 3 \left(\frac{5-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}} \right)^{-1} = 3 \frac{1+\sqrt{7}}{5-\sqrt{7}} \\ &= 3 \frac{(1+\sqrt{7})(5+\sqrt{7})}{(5-\sqrt{7})(5+\sqrt{7})} = 3 \frac{5+\sqrt{7}+5\sqrt{7}+7}{25-7} \\ &= 3 \frac{12+6\sqrt{7}}{18} = \frac{6(2+\sqrt{7})}{6} = 2+\sqrt{7} \end{aligned}$$

(2) احسب a^2 و b^2 ثم قارنهما .

$$\begin{aligned} b^2 &= (2+\sqrt{7})^2 \\ &= 2^2 + 2 \times 2\sqrt{7} + (\sqrt{7})^2 \\ &= 4 + 4\sqrt{7} + 7 \\ &= 11 + 4\sqrt{7} \\ a^2 &= (\sqrt{5} + \sqrt{6})^2 \\ &= (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}\sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 \\ &= 5 + 2\sqrt{30} + 6 \\ &= 11 + 2\sqrt{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{30} \right)^2 &= 30 \\ \left(2\sqrt{7} \right)^2 &= 4 \times 7 = 28 \end{aligned}$$

المقارنة : لدينا

$\sqrt{30}$ موجب ان $\sqrt{30} > 2\sqrt{7}$ ومنه $2\sqrt{30} > 4\sqrt{7}$ ان

$$a^2 > b^2 \text{ أي } 2\sqrt{30} + 11 > 4\sqrt{7} + 11$$

(3) مقارنة بين a و b : $a^2 > b^2$ والعددان a و b موجبان فحتما $a > b$

التمرين 2

$$E = \left(x + \frac{1}{2} \right)^2$$

لتكن العبارة E التالية :

(1) لنحسب القيمة العددية للعبارة E اذا كان $x = \sqrt{2} - 1.5$

$$E = \left(\sqrt{2} - 1.5 + \frac{1}{2} \right)^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 = \sqrt{2}^2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$E = \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 = x^2 + 2x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 = x^2 + x + \frac{1}{4}$$

(2) لننشر العبارة E :

$$F = \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 - 1$$

(3) لتكن العبارة F التالية :

$$F = \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 - 1 = x^2 + x + \frac{1}{4} - 1 = x^2 + x - \frac{3}{4}$$

(أ)

(ب) نفكك F الى جذاء عوامل ثم نستنتج x حيث : $4x^2 + 4x - 3 = 0$

$$F = \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 - 1 = \left(x + \frac{1}{2} + 1 \right) \left(x + \frac{1}{2} - 1 \right) = \left(x + \frac{3}{2} \right) \left(x - \frac{1}{2} \right) *$$

$$4x^2 + 4x - 3 = 4 \left(x^2 + x - \frac{3}{4} \right) = 4F$$

لدينا **

$$4x^2 + 4x - 3 = 0 \text{ يعني } 4F = 0 \text{ أي } F = 0 \text{ أو } \left(x + \frac{3}{2} \right) \left(x - \frac{1}{2} \right) = 0 \text{ مما يعطي :}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ أو } x = \frac{1}{2}$$

$$RN = \frac{8x}{10} = 0,8x \text{ اذن } \frac{RN}{8} = \frac{x}{10}$$

$$MN = \frac{6x}{10} = 0,6x \text{ ومنه } \frac{MN}{6} = \frac{x}{10}$$

(3) p_1 و p_2 هما على التوالي محيطا المثلث RMN وشبه المنحرف MOIN .

لنبحث عن x حتى يكون $p_2 = p_1$

$$\frac{0,8x + 0,6x + x}{p_1} = \frac{(8 - 0,8x) + 0,6x + (10 - x) + 6}{p_2}$$

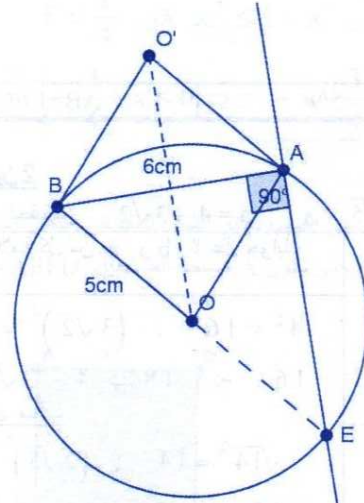
يعني $p_2 = p_1$

$$3,6x = 24 \text{ أو } 0,8x + 0,6x + x + 0,8x - 0,6x + x = 8 + 10 + 6$$

$$x = 24 : 3,6 = 6,6 \text{ ومنه}$$

التمرين 4 : وحدة قياس الطول هي الصم

(C) دائرة مركزها O وشعاعها 5cm ؛ A و B نقطتان من الدائرة (C) بحيث $AB = 6cm$ ؛ E نقطة من الدائرة (C) بحيث AEB مثلث قائم الزاوية في A



- * بين ان O منتصف [BE] ثم احسب AE
AEB مثلث قائم الزاوية في A اذن منتصف وتره سيكون مركز الدائرة المحيطة به ؛ الا ان الدائرة المحيطة به هي (C) لانها تمر من رؤوسه الثلاث ومركز (C) هو O ومنه O هو منتصف الوتر اي منتصف [BE]

$$* \text{ لنحسب } AE : \text{ مثلث قائم الزاوية في A فحسب بيثاغور نجد } BE^2 = AB^2 + AE^2 \Rightarrow AE^2 = BE^2 - AB^2 = 10^2 - 6^2 = 64$$

$$\text{وبالتالي : } AE = 8$$

(2) - ا بين O' منظره O بالنسبة للمستقيم (AB) . لنبين ان الرباعي OBO'A معين :

لدينا $AO = AO'$ و $BO = BO'$ لان A و B نقطتان من الوسط العمودي للقطعة [OO'] لان $BO = AO$ (شعاعان لنفس الدائرة)

الخلاصة : $BO = AO = AO' = BO'$ فالرباعي OBO'A معين

(3) - احسب A قيس مساحة OBO'A بالصم المربع.

$$A = \frac{OO' \times AB}{2} = \frac{AE \times AB}{2} = \frac{8 \times 6}{2} = 24$$

ملاحظة : $AO' = AE$ لان الرباعي OBO'A متوازي الاضلاع (الاضلاع متوازي متنى متنى بما ان :

* في المعين القطران يتعامدان ومنه (OO') و (AE) يعامدان نفس المستقيم ** (OE) // (AO') لان (OE) // (OB) و E نقطة من (OB)



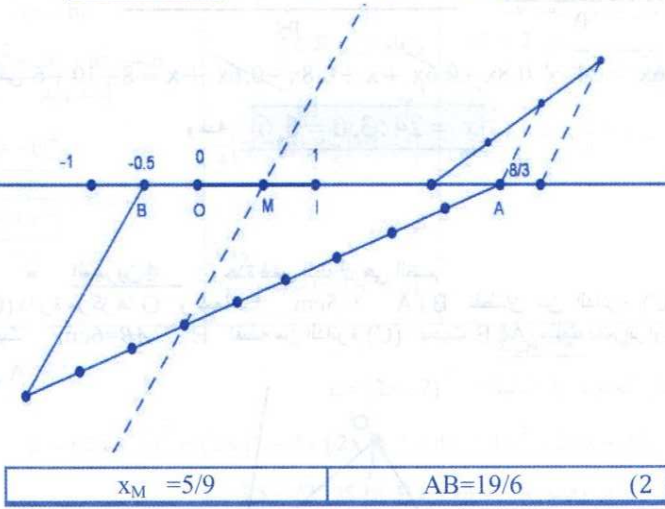
اصلاح فرض المرافقة عدد 4 ** نموذج 5 **

التمرين 1

لدينا : $x_B = -\frac{1}{2}$ و $x_A = \frac{8}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = \boxed{2 + \frac{2}{3}}$

(1) ابن النقطة M من [AB] بحيث : $\frac{AM}{6} = \frac{BM}{3}$

لدينا $AM = \frac{6}{9}AB = \frac{2}{3}AB$ ومنه $\frac{AM}{6} = \frac{BM}{3} = \frac{AM+BM}{6+3} = \frac{AB}{9}$



التمرين 2

نعتبر العددين الحقيقيين $a = 4 - 3\sqrt{2}$ و $b = \sqrt{14} - 2\sqrt{5}$

ب- احسب a^2 و b^2	ا- ماهي علامة كل من a و b ؟ علل جوابك
$a^2 = (4 - 3\sqrt{2})^2$ $= 34 - 24\sqrt{2}$	$4^2 = 16$; $(3\sqrt{2})^2 = 18$ $16 < 18 \Rightarrow 4 < 3\sqrt{2}$ ومنه a سالب
$b^2 = (\sqrt{14} - 2\sqrt{5})^2$ $= 34 - 4\sqrt{70}$	$\sqrt{14}^2 = 14$; $(2\sqrt{5})^2 = 20$ $14 < 20 \Rightarrow 14 < 2\sqrt{5}$ ومنه b سالب

ج- قارن بين a^2 و b^2 ثم استنتاج مقارنة بين a و b

$$\left. \begin{aligned} (6\sqrt{2})^2 &= 72; \\ (\sqrt{70})^2 &= 70 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6\sqrt{2} > \sqrt{70}$$

$$\Rightarrow 24\sqrt{2} > 4\sqrt{70}$$

$$\Rightarrow -24\sqrt{2} < -4\sqrt{70}$$

$$\Rightarrow 34 - 24\sqrt{2} < 34 - 4\sqrt{70}$$

$$\Rightarrow a^2 < b^2$$

الا ان a و b سالبان اذن $a > b$

التمرين 3

لتكن العبارة E التالية :

$$E = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

1. اذا كان $x = \sqrt{2} - 0,5$ فان $E = (\sqrt{2} - 0,5 + 0,5)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$

2. نبين انه : اذا كان $x \leq -\frac{3}{2}$ فان $E \geq 1$

ج) نبين ان F موجب قطعاً اذا كان

$$\left(x > \frac{1}{2} \Rightarrow x + \frac{3}{2} > \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \Rightarrow x + \frac{3}{2} > 2 \Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) > 0 \Rightarrow F > 0\right.$$

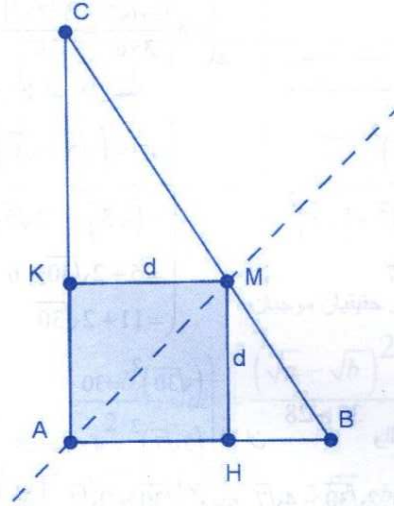
$$\left.x > \frac{1}{2} \Rightarrow x - \frac{1}{2} > \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow x - \frac{1}{2} > 0\right.$$

ملاحظة : يمكن ايضا اعتبار الشكل المنشور لـ F

التمرين 3

1) نبين ان هذا المثلث قائم الزاوية :

نجد في هذا المثلث $BC^2 = AB^2 + AC^2$ لان $10^2 = 8^2 + 6^2$
فحسب عكس بيتاغور نجد المثلث ABC قائم الزاوية .



(2) أ- ابعاد المثلث تخضع لعكس بيتاغور

ب- بناء النقطة M من [BC] المتساوية البعد d عن المستقيمين (AB) و (AC).

و (AC). (نفكر في منتصف الزاوية BAC).

نعلم ان كل نقطة من منتصف زاوية تبعد نفس البعد عن ضلعي تلك الزاوية اذن نحصل

على النقطة M كتقاطع لمنتصف BAC مع الوتر [BC]

ج- بين ان الرباعي AHMK مربع . (التمشيطات متعددة)

بعد M عن (AB) هو طول [MH] اذن $(MH) \perp (AB)$ ونعلم ان $(AC) \perp (AB)$

وبالتالي $(MH) \parallel (AC)$ كذلك نعلم ان $(MK) \parallel (AB)$ فالرباعي AHMK

متوازي الاضلاع وله زاوية قائمة فهو مستطيل وله ضلعان متتاليان متقايسان فهو

مربع

د- احسب البعد d.

في المثلث ABC نجد (MK) يوازي (AB) ويقطع (AC) في K و (BC) في

M فحسب طالس نكتب : $\frac{CK}{CA} = \frac{CM}{CB} = \frac{MK}{AB}$ الا ان

ومنه $\frac{CK}{CA} = \frac{8-d}{8}$ و $\frac{MK}{AB} = \frac{d}{6}$

$\frac{8-d}{8} = \frac{d}{6} \Rightarrow 6(8-d) = 8d \Rightarrow 48 - 6d = 8d \Rightarrow 14d = 48 \Rightarrow d = \frac{48}{14} \approx 3.4$

$d \approx 3.4$

الخلاصة :



2) أ- المستقيمان (JH) و (AB) متوازيان لانهما يعامدان نفس المستقيم (AC)
ب- لنحسب JH :
لدينا $CH = EC/2 = (AC - AE)/2 = (9 - 3)/2 = 3$ ثم باعتماد أ-
وبتطبيق طالس في المثلث ABC نحصل على التناسب التالي :

$$\frac{CH}{CA} = \frac{JH}{AB} \Rightarrow JH = \frac{CH \times AB}{CA} = \frac{3 \times 6}{9} = 2$$

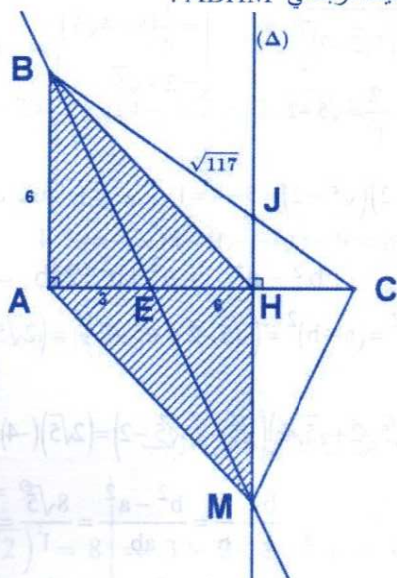
ج- احسب HM ثم استنتج نوع الرباعي ABHM ؟ علل.
* باعتماد أ- وبتطبيق طالس في المثلث ABE نحصل على التناسب التالي :

$$\frac{EA}{EH} = \frac{EB}{EM} = \frac{AB}{HM} \Rightarrow HM = \frac{EH \times AB}{EA} = \frac{3 \times 6}{3} = 6$$

$$HM = 6$$

3) لدينا $AB = HM = 6$ و $(AB) \parallel (HM)$ ومنه الرباعي ABHM متوازي الاضلاع

4) احسب L قيس محيط الرباعي ABHM .



$$L = AB + BH + HM + AM = 2(AB + AM)$$

علينا حساب AM : المثلث AHM قائم الزاوية في H فحسب

$$AM^2 = AH^2 + HM^2 = 6^2 + 6^2 = 2 \times 6^2 \Rightarrow AM = 6\sqrt{2}$$

ومنه :

$$L = 2(AB + AM) = 2(6 + 6\sqrt{2}) = 12(1 + \sqrt{2})$$

$$x + \frac{1}{2} \leq -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{2} \leq -1 \Rightarrow x \leq -\frac{3}{2} \Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \geq (-1)^2 \Rightarrow E \geq 1$$

3. نشر العبارة E .

$$E = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + 2x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + x + \frac{1}{4}$$

$$F = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1$$

4. لتكن العبارة F التالية :

$$F = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1 = x^2 + x + \frac{1}{4} - 1 = x^2 + x - \frac{3}{4}$$

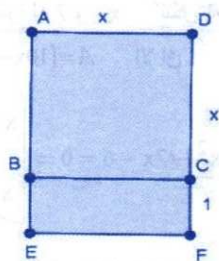
$$x^2 + x - \frac{3}{4} = \left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) - 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1$$

$$= \left[\left(x + \frac{1}{2}\right) + 1\right] \left[\left(x + \frac{1}{2}\right) - 1\right] = \left(x + \frac{3}{2}\right) \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

ب) بين انه اذا كان $x^2 \leq 1 - x$ فان $F \leq \frac{1}{4}$

$$x^2 \leq 1 - x \Rightarrow x^2 - \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + x \leq 0 \Rightarrow x^2 + x - \frac{3}{4} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow F \leq \frac{1}{4}$$

ج) وحدة قيس الطول هي الصم؛ نعتبر الشكل المصغر التالي حيث x عدد حقيقي موجب؛ ابحث عن x حتى تكون A مساحة المستطيل AEFD مساوية لـ $\frac{3}{4}$



$$x^2 + x = \frac{3}{4} \quad \text{يعني} \quad x(x+1) = \frac{3}{4} \quad \text{يعني} \quad A = \frac{3}{4}$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right) \left(x - \frac{1}{2}\right) = 0 \quad \text{يعني} \quad x^2 + x - \frac{3}{4} = 0$$

ومنه $x = \frac{1}{2}$ لانه موجب اما الحل الآخر -3/2 فهو سالب اذن ملغى

التمرين 4

1) أبين أن المثلث ABC قائم الزاوية. نجد في المثلث ABC :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \text{ومنه} \quad \left(\sqrt{117}\right)^2 = 117$$

$$9^2 + 6^2 = 81 + 36 = 117$$

فحسب عكس بيتاغور المثلث ABC قائم الزاوية في A
بالتك E النقطة من [AC] بحيث : AE = 3 ؛ Δ الوسط العمودي للقطعة [EC] يقطع [EC] في H و [BC] في J و [BE] في M . أنجز الشكل

التمرين 1 اكمل ب "ص" او "خ"

القوة $(-\sqrt{5})^{-264}$	اذا كان $AC=1; BC=2; AB=\sqrt{5}$ فان المثلث ABC قائم الزاوية في A
موجبة	ص
	خ

التمرين 2 نعتبر العددين a و b التاليين :

$$b = \frac{1}{4}(3-\sqrt{5})(11+5\sqrt{5}) \text{ و } a = (\sqrt{2})^{-4} \times 4\sqrt{5} - \frac{2}{(5\sqrt{2}+7)^6} \times (5\sqrt{2}-7)^{-6}$$

أ- * نبين ان $a = \sqrt{5} - 2$ و $b = \sqrt{5} + 2$ ثم نستنتج ان a هو مقلوب b.

$$\begin{aligned} a &= (\sqrt{2})^{-4} \times 4\sqrt{5} - \frac{2}{(5\sqrt{2}+7)^6} \times (5\sqrt{2}-7)^{-6} \\ &= \frac{1}{(\sqrt{2})^4} \times 4\sqrt{5} - \frac{2}{(5\sqrt{2}+7)^6 \times (5\sqrt{2}-7)^6} \\ &= \frac{1}{4} \times 4\sqrt{5} - \frac{2}{[(5\sqrt{2}+7) \times (5\sqrt{2}-7)]^6} \\ &= \sqrt{5} - \frac{2}{[50-49]^6} = \sqrt{5} - \frac{2}{1^6} = \sqrt{5} - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{4}(3-\sqrt{5})(11+5\sqrt{5}) \\ &= \frac{1}{4}(33+15\sqrt{5}-11\sqrt{5}-25) \\ &= \frac{1}{4}(8+4\sqrt{5}) \\ &= 2+\sqrt{5} \end{aligned}$$

** لنحسب جذاء a و b : $ab = (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2) = 5-4=1$ ان a و b مقلوبان

ب- لنحسب $b^2 - a^2$ و $a^2 + b^2 + 2ab$
 $a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2 = (\sqrt{5}-2 + \sqrt{5}+2)^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$

* $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = (\sqrt{5}-2 + \sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2 - \sqrt{5}+2) = (2\sqrt{5})(-4) = -8\sqrt{5}$

$$\frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{b^2 - a^2}{ab} = \frac{8\sqrt{5}}{1} = 8\sqrt{5}$$

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} + 2 = \frac{b^2 + a^2 + 2ab}{ab} = \frac{(a+b)^2}{ab} = 20$$

ج- لنبحث عن y بحيث $2\sqrt{5}y^2 + a^2 = b^2$
 $2\sqrt{5}y^2 + a^2 = b^2 \Rightarrow 2\sqrt{5}y^2 = b^2 - a^2 \Rightarrow 2\sqrt{5}y^2 = 8\sqrt{5} \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm 2$

التمرين 3

أ- (1)

$$C = (5x-2)^2 - 16 = (5x)^2 - 2(5x) \times 2 + 2^2 - 16 = 25x^2 - 20x + 4 - 16$$

$$C = 25x^2 - 20x - 12$$

ب- لنفكك C :

$$C = (5x-2)^2 - 16 = (5x-2)^2 - 4^2 = [(5x-2)+4][(5x-2)-4]$$

$$C = (5x+2)(5x-6)$$

ج-

$$C = 25\left(\frac{-\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 20\left(\frac{-\sqrt{5}}{2}\right) - 12 = \frac{125}{4} + 10\sqrt{5} - 12 = \frac{125}{4} - \frac{48}{4} + 10\sqrt{5} = \frac{77}{4} + 10\sqrt{5}$$

(2) أ- لنفكك العبارة D الى جذاء عوامل حتى نجد :

$$D = 2(5x-6)(2x+1)$$

$$\begin{aligned} D &= (25x^2 - 20x - 12) - x(5x-6) \\ &= (5x+2)(5x-6) - x(5x-6) \\ &= (5x-6)[(5x+2)-x] \\ &= (4x+2)(5x-6) \\ &= 2(2x+1)(5x-6) \end{aligned}$$

ب- نعلم ان $D = 2(5x-6)(2x+1)$ ومنه :

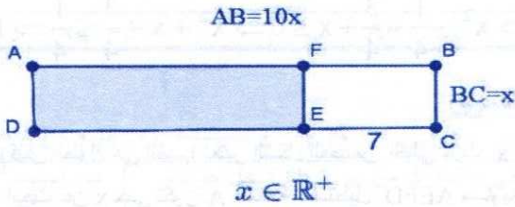
$$\frac{D}{2} = (5x-6)(2x+1) = 10x^2 + 5x - 12x - 6 = 10x^2 - 7x - 6$$

اذن $10x^2 - 7x - 6 = 0$ يعني $(5x-6)(2x+1) = 0$ ومنه

$$\begin{cases} 5x-6=0 \Rightarrow 5x=6 \Rightarrow x=\frac{6}{5} \\ \text{او} \\ 2x+1=0 \Rightarrow 2x=-1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

ج- تأمل الشكل التالي :وحدة قياس الطول هي الصم .

الثبات في الرياضيات



لنبحث عن x حتى تكون مساحة المستطيل AFED مساوية لـ 6
 الجزء BCEF أطواله 7 و x . لتكن A المساحة المطلوبة ؛ اذن :

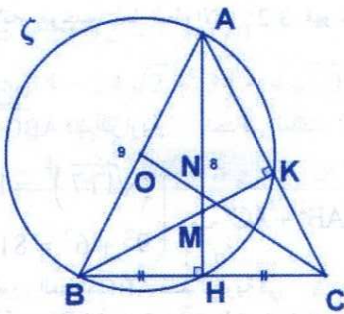
$$A = (10x-7)x = 10x^2 - 7x \text{ الا ان } A = 6 \text{ اذن}$$

$$10x^2 - 7x = 6 \Rightarrow 10x^2 - 7x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ \text{او} \\ x = -\frac{1}{2} \in \mathbb{R}_- \end{cases}$$

الخلاصة : لتكون مساحة المستطيل AFED مساوية لـ 6 يجب ان يكون $x = \frac{6}{5}$

التمرين 4

وحدة قياس الطول هي الصم . ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A وارتفاعه الصادر من A هو [AH] .
 1. اذا علمت ان AB=9 و AH=8 فابن المثلث ABC .



اصلاح الفروض التالي عدد 2 نموذج 2

التمرين 1

ضع تحت خانة الإجابة الصحيحة الرمز X

X			
	X		
		X	

التمرين 2

(1) لدينا $2 < \sqrt{5}$ و $\sqrt{2} < \sqrt{7}$ بمقارنة مربعيهما

(2) ليكن العددين الحقيقيين $a = 2 - \sqrt{5}$ و $b = \sqrt{2} - \sqrt{7}$ أيبين أن a و b لهما نفس العلامة : ينتج من (1) أن a و b سالبان

(ب) بين أن $a^2 = 9 - 4\sqrt{5}$ و $b^2 = 9 - 2\sqrt{14}$

$$a^2 = (2 - \sqrt{5})^2 = 2^2 - 2 \times 2\sqrt{5} + 5^2 = 4 + 5 - 4\sqrt{5} = 9 - 4\sqrt{5}$$

$$b^2 = (\sqrt{2} - \sqrt{7})^2 = \sqrt{2}^2 - 2 \times \sqrt{2}\sqrt{7} + \sqrt{7}^2 = 2 + 7 - 2\sqrt{14} = 9 - 2\sqrt{14}$$

قارن بين $-2\sqrt{14}$ و $-4\sqrt{5}$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{14}^2 = 14 \\ (2\sqrt{5})^2 = 20 \\ 14 < 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{14} < 2\sqrt{5} \Rightarrow 2\sqrt{14} < 4\sqrt{5} \Rightarrow -2\sqrt{14} > -4\sqrt{5}$$

$$-2\sqrt{14} > -4\sqrt{5} \Rightarrow -2\sqrt{14} + 9 > -4\sqrt{5} + 9 \Rightarrow b^2 > a^2 \Rightarrow a^2 < b^2$$

$$\left. \begin{array}{l} a \in \mathbb{R}_- \\ b \in \mathbb{R}_- \\ a^2 < b^2 \end{array} \right\} \Rightarrow a > b$$

(ث)

ليكن $c = 3 - 2\sqrt{2}$ بين أن c عدد حقيقي موجب

$$\left. \begin{array}{l} 3^2 = 9 \\ (2\sqrt{2})^2 = 8 \\ 9 > 8 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 > 2\sqrt{2} \Rightarrow c = 3 - 2\sqrt{2} \in \mathbb{R}_+$$

رتب تصاعديا a و b و c ثم رتب تصاعديا مقلوب كل من a و b و c

$$\left. \begin{array}{l} a > b ; a \in \mathbb{R}_- ; b \in \mathbb{R}_- \\ c = 3 - 2\sqrt{2} \in \mathbb{R}_+ \end{array} \right\} \Rightarrow b < a < c$$

*لدينا

** لدينا $\left[a > b ; a \in \mathbb{R}_- ; b \in \mathbb{R}_- \right]$ ومنه $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ وهما سالبان لكن

$$\frac{1}{c} > \frac{1}{b} > \frac{1}{a} \text{ اي } \frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{c} \text{ ومنه } c \text{ موجب لان } c \text{ موجب لان } c \text{ موجب ومنه } \frac{1}{c} > \frac{1}{b} > \frac{1}{a}$$

التمرين 3

(1)

$$A = (2x - 3)^2 - (x + 1)^2 = [(2x - 3) + (x + 1)][(2x - 3) - (x + 1)]$$

$$A = (3x - 2)(x - 4)$$

$$B = 9x^2 - 12x + 4 = (3x)^2 - 2 \times (3x) \times 2 + 2^2 = (3x - 2)^2$$

$$B = (3x - 2)^2$$

2. ابن الدائرة Γ ذات القطر $[AB]$ والمركز O .

(ا) نبين أن H نقطة من Γ : المثلث ABH قائم في H و O منتصف وتره $[AB]$ إذن $OA = OB = OH$ الا ان OA هو شعاع للدائرة Γ ومنه OH يمثل ايضا شعاعا لـ Γ

الخلاصة : H نقطة من Γ

(ب) Γ تقطع ثانية (AC) في النقطة K لنبين أن المثلث ABK قائم في K ABK هو مثلث بحيث $[AB]$ قطر للدائرة Γ والنقطة K تنتمي الى Γ فهو حتما قائم ووتره $[AB]$

3. (AH) يقطع (BK) في M ويقطع (OC) في N. (ا) حدد المركز القائم للمثلث ABC : في المثلث ABC المستقيمان (AH) و (BK) يحملان على التوالي الارتفاعين الصادرين من A و B ويتقاطعان في M فحتما M هو المركز القائم في المثلث ABC .

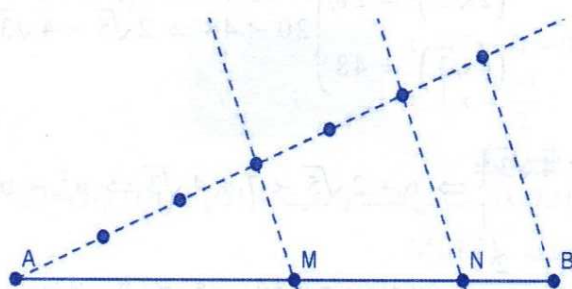
(ب) احسب AN : في المثلث ABC المستقيمان (AH) و (CO) يحملان على التوالي الموسطين الصادرين من A و C ويتقاطعان في N فحتما N هو مركز ثقل المثلث ABC ومنه $AN = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \times 8 = \frac{16}{3}$

التمرين 5

وحدة قياس الطول هي الصم

ارسم قطعة $[AB]$ طولها 8 ثم عين عليها النقطتين M و N حيث :

$$\frac{AM}{3} = \frac{MN}{2} = NB$$



احسب AM و MN

$$\frac{AM}{3} = \frac{MN}{2} = NB \text{ فان : } \frac{AM}{3} = \frac{MN}{2} = NB$$

$$\frac{AM}{3} = \frac{MN}{2} = \frac{NB}{1} = \frac{AM + MN + NB}{3 + 2 + 1} = \frac{AB}{6} \Rightarrow \begin{cases} AM = \frac{3AB}{6} = \frac{AB}{2} = 4 \\ MN = \frac{2AB}{6} = \frac{8}{3} \\ NB = \frac{4}{3} \end{cases}$$

ملاحظة : $AM + MN + NB = AB$ لان M و N نقطان من $[AB]$ بحيث M نقطة من $[AN]$



اصلاح الفروض الثاني عدد 2 ** نموذج 3

التمرين 1

نعتبر العددين الحقيقيين :

$$b = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{24}}{\sqrt{6}} \text{ و } a = \sqrt{45} - (\sqrt{20} - 1)$$

$$b = \sqrt{3} + 2 \text{ و } a = \sqrt{5} + 1$$

$$a = \sqrt{45} - (\sqrt{20} - 1) = \sqrt{9 \times 5} - (\sqrt{4 \times 5} - 1) = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 1 = \sqrt{5} + 1$$

$$b = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{6}} = \sqrt{3} + 2$$

ب -

$$a^2 = (\sqrt{5} + 1)^2 = (\sqrt{5})^2 + 2(\sqrt{5}) \times 1 + 1^2 = 5 + 2\sqrt{5} + 1 = 6 + 2\sqrt{5}$$

$$b^2 = (\sqrt{3} + 2)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \times 2 + 2^2 = 3 + 4 + 4\sqrt{3} = 7 + 4\sqrt{3}$$

ب-نقارن بين $2\sqrt{5}$ و $4\sqrt{3}$ ثم استنتج مقارنة بين a^2 و b^2 :
العددان $2\sqrt{5}$ و $4\sqrt{3}$ موجبان ثم :

$$\left. \begin{array}{l} (2\sqrt{5})^2 = 20 \\ (4\sqrt{3})^2 = 48 \end{array} \right\} 20 < 48 \Rightarrow 2\sqrt{5} < 4\sqrt{3} *$$

**

$$\left. \begin{array}{l} 2\sqrt{5} < 4\sqrt{3} \\ 6 < 7 \end{array} \right\} \Rightarrow 6 + 2\sqrt{5} < 7 + 4\sqrt{3} \Rightarrow a^2 < b^2$$

$$\text{ج-} * \text{ نبين أن } a < b \text{ ثم نستنتج مقارنة بين } \frac{\sqrt{5}}{a+1} \text{ و } \frac{2}{b+\pi}$$

العددان a و b موجبان و $a^2 < b^2$ إذن $a < b$

$$\left. \begin{array}{l} a < b \\ 1 < \pi \end{array} \right\} \Rightarrow a+1 < b+\pi \Rightarrow \frac{1}{a+1} > \frac{1}{b+\pi}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{a+1} > \frac{1}{b+\pi} \\ \sqrt{5} > 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{a+1} > \frac{2}{b+\pi} \text{ لدينا **}$$

$$\text{لنحسب } (a-b)^2 \text{ ثم استنتج مقارنة بين } 2(\sqrt{15} + \sqrt{5}) \text{ و } 9 + 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= (\sqrt{5} + 1 - \sqrt{3} - 2)^2 = ((\sqrt{5} - \sqrt{3}) - 1)^2 \\ &= (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + 1 \\ &= 5 - 2\sqrt{15} + 3 - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} + 1 \\ &= (9 + 2\sqrt{3}) - 2(\sqrt{15} + \sqrt{5}) \end{aligned} *$$

** المقارنة

$$\left. \begin{array}{l} (a-b)^2 = (9 + 2\sqrt{3}) - 2(\sqrt{15} + \sqrt{5}) \\ (a-b)^2 \in \mathbb{R}_+ \end{array} \right\} \Rightarrow 9 + 2\sqrt{3} > 2(\sqrt{15} + \sqrt{5}) :$$

التمرين 2

هـب العبارة E التالية : حيث x عدد حقيقي

$$E = (5x + 4)^2 \quad \text{أ-}$$

$$E = (5x + 4)^2 = (5x)^2 + 2 \times (5x) \times 4 + 4^2 = 25x^2 + 40x + 16$$

(2) لنحسب القيمة العددية لـ B و A في حالة : $x = \frac{2}{3}$

$$A = \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} - 2 \right) \left(\frac{2}{3} - 4 \right) = 0 \times \dots = 0$$

$$B = \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} - 2 \right)^2 = 0^2 = 0$$

يعني A = B (3)

$$(3x - 2)(x - 4) = (3x - 2)^2 \Rightarrow (3x - 2)(x - 4) - (3x - 2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow (3x - 2)[(x - 4) - (3x - 2)] = 0 \Rightarrow (3x - 2) \left(\frac{-2x - 2}{-2(x+1)} \right) = 0$$

$$\Rightarrow -2(3x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow 3x - 2 = 0 \text{ أو } x + 1 = 0 \Rightarrow$$

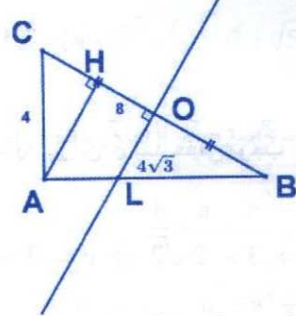
$$x = \frac{2}{3} \text{ أو } x = -1$$

التمرين 4

نعتبر مثلثا ABC حيث BC = 8 و AC = 4 و AB = 4√3
(1) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية . ثم ارسمه

$$\left. \begin{array}{l} 8^2 = 64 \\ (4\sqrt{3})^2 + 4^2 = 48 + 16 = 64 \end{array} \right\} \text{ نجد في المثلث ABC : } 8^2 = (4\sqrt{3})^2 + 4^2$$

ومنه BC² = AB² + AC² فحسب عكس بيتاغور المثلث ABC قائم الزاوية في A



لتكن النقطة H المسقط العمودي لـ A على (BC).

بين أن AH = 2√3 cm و BH = 6 cm

المثلث ABC قائم الزاوية في A و [AH] هو الارتفاع الصادر من A إذن

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{4\sqrt{3} \times 4}{8} = 2\sqrt{3}$$

$$AH \times BC = AB \times AC \text{ و منه } AH = 2\sqrt{3}$$

(باعتدال بيتاغور في ABH نجد BH = 6)

(2) المتوسط العمودي لـ [BC] يقطع (BC) في O و يقطع (AB) في L
أ) نعلم أن منتصف وتر مثلث قائم يبعد نفس البعد عن رؤوسه الثلاث ومنه

$$OA = OC = OB = BC/2 \text{ وبالتالي } OA = 8 : 2 = 4$$

$$\text{(ب) نثبت أن } \frac{OL}{AH} = \frac{2}{3} \text{ ثم استنتج البعد OL :}$$

بما أن في المثلث ABH نجد (OL) // (AH) و يقطع [BH] في O ويقطع [AB] في L فحسب طاليس نحصل على التالي :

$$\frac{BO}{BH} = \frac{BL}{BA} = \frac{OL}{HA} \Rightarrow \frac{OL}{HA} = \frac{BO}{BH} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{OL}{AH} = \frac{2}{3} \text{ ومنه}$$

$$OL = \frac{2}{3} AH = \frac{2}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$$

ثم :



ومنه $x_T = \frac{8}{3} \Rightarrow x_T = \frac{8}{3}$ (نعتبر الحل الموجب فقط لان $T \in [OH]$)

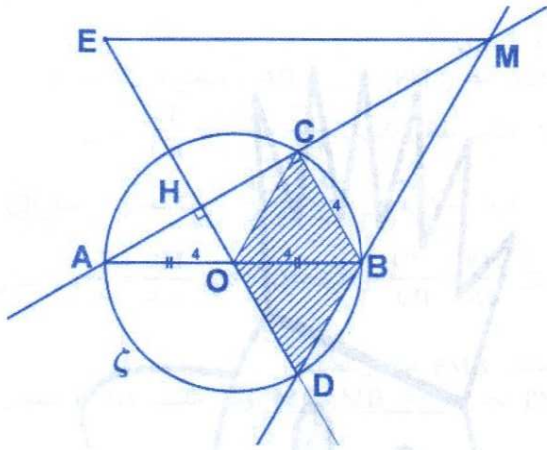
بنفس التمثلي نحصل على $y_R = 2$ وفقا للمعين (O;J) ومنه $N\left(\frac{8}{3}; 2\right)$ المثلث ONT قائم في T فحسب بيثاغور :

$$ON = \sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{10}{3} \quad \text{ومنه} \quad ON^2 = OT^2 + NT^2 = \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 2^2 = \frac{100}{9}$$

التمرين 4

وحدة قياس الطول هي الصم ؛ ζ هي دائرة ذات المركز O والشعاع 4 ؛ [AB] هو قطر و C نقطة من ζ بحيث $BC = 4$.

(1) H هو المسقط العمودي لـ O على (AC) ؛ بين أن H هو منتصف [AC]



نعلم ان في المثلث المتقايس الضلعين الارتفاع الموافق للقاعدة يطابق المتوسط الصادر من القمة الرئيسية وبالتالي H هو منتصف [AC] ملاحظة : المثلث OAC متقايس الضلعين لان [OA] و [OC] شعاعان لنفس الدائرة .

2. نستنتج نوع المثلث ABC ثم نحسب AC .
* في المثلث ABC نجد O منتصف [AB] و H منتصف [AC] فحتما (OH) يوازي (BC) و $OH = BC/2 = 2$ ؛ الا ان (AC) يعامد (OH) فحتما (AC) يعامد (BC) في C الخلاصة : المثلث ABC قائم في C
* لنحسب AC :

المثلث ABC قائم في C فحسب

$$\left. \begin{aligned} AB^2 &= CA^2 + CB^2 \Rightarrow \\ CA^2 &= AB^2 - CB^2 = 64 - 16 \Rightarrow \\ CA^2 &= 48 \Rightarrow CA = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \end{aligned} \right\} \text{بيثاغور}$$

3. (HO) يقطع ζ في D ؛ نبين ان الرباعي OCB D معين : لدينا $BC = OD = 4$ و $(OD) \parallel (BC)$ فالرباعي OCB D متوازي الاضلاع وله ضلعان متتاليان متقايسان ($OC = OD$) شعاعان لنفس الدائرة فهو معين .
4. حدد المركز القائم للمثلث OAC في المثلث OAC نجد (OH) يعامد (AC) اذن يحمل الارتفاع الصادر من O و (CD) يعامد (OB) او (AO) (قطران في معين) اذن (CD) يحمل الارتفاع الصادر من C ؛ الا ان (OH) و (CD) يتقاطعان في D نعلم ان D نقطة من (HO) وبالتالي :

المركز القائم في المثلث OAC هو D

5. (AC) يقطع (BD) في M و E مناظرة D بالنسبة الى H ؛ بما ان في المثلث DMH نجد $DM \parallel (BC)$ و يقطع [MD] في B ويقطع [MH] في C فحسب طالس نحصل على التالي :

$$\frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MH} = \frac{BC}{HD} \Rightarrow \frac{MC}{MH} = \frac{BC}{HD} = \frac{4}{4+2} = \frac{2}{3}$$

* لنستنتج ان C هو مركز ثقل المثلث EDM :

في المثلث EDM نجد [MH] تمثل المتوسط الصادر من M (H منتصف

$$[ED]) \quad \text{و} \quad C \text{ نقطة منه بحيث} \quad \frac{MC}{MH} = \frac{2}{3} \quad \text{او} \quad MC = \frac{2}{3} MH$$

الخلاصة : C هو مركز ثقل المثلث EDM

(ب) احسب القيمة العددية للعبارة E اذا كان : $x = \frac{2}{5} - \sqrt{2}$

$$E = \left(5\left(\frac{2}{5} - \sqrt{2}\right) + 4\right)^2 = (2 - 5\sqrt{2} + 4)^2 = (6 - 5\sqrt{2})^2 = 36 - 60\sqrt{2} + 50 = 86 - 60\sqrt{2}$$

(ج) استنتج مقارنة بين 21,5 و $15\sqrt{2}$: نعلم ان $86 - 60\sqrt{2} > 0$ لانه نتيجة لقوة دليلها زوجي ومنه $86 > 60\sqrt{2}$ ونعلم ايضا ان $\frac{1}{4}$ موجب

$$\frac{1}{4} \times 86 > \frac{1}{4} \times 60\sqrt{2} \Rightarrow 21.5 > 15\sqrt{2} \quad \text{وبالتالي :}$$

(د) فكك F الى جذاء عوامل : $F = (1-x)^2 - (25x^2 + 40x + 16)$

$$F = (1-x)^2 - (5x+4)^2 = [(1-x) - (5x+4)][(1-x) + (5x+4)] = (-3-6x)(5+4x) = -3(1+2x)(5+4x)$$

(هـ) نبحث عن x حيث $-\frac{F}{3} - 1 = 2x$

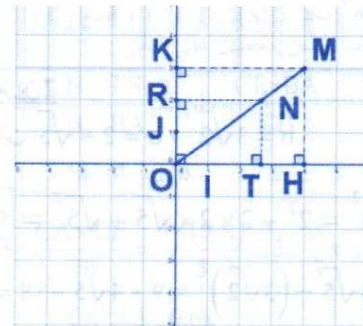
$$\begin{aligned} -\frac{F}{3} - 1 = 2x &\Rightarrow -\frac{F}{3} = 2x + 1 \Rightarrow (1+2x)(5+4x) = 2x + 1 \Rightarrow \\ (1+2x)(5+4x) - (2x+1) &= 0 \Rightarrow (2x+1)[(5+4x)-1] = 0 \Rightarrow \\ (2x+1)(4+4x) &= 0 \Rightarrow 4(2x+1)(1+x) = 0 \end{aligned}$$

$$\left(\begin{aligned} x+1 &= 0 \Rightarrow \\ x &= -1 \end{aligned} \right) \quad \text{او} \quad \left(\begin{aligned} 2x+1 &= 0 \Rightarrow \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned} \right) \quad \text{منه}$$

التمرين 3

ليكن (O;I;J) معينا في المستوي بحيث : $(OI) \perp (OJ)$ و $OJ = OI$

ا- عين النقطة M(4;3)



ب- لتكن H المسقط العمودي لـ M على (OI) و K المسقط العمودي لـ M

على (OJ) ؛ احداثيات كل من K و H هي $H(4;0)$ و $K(0;3)$

ج- بناء النقطة N من [OM] حيث $ON = \frac{2}{3} OM$ (بالاعتماد على تطبيقات

طالس) وبناء T المسقط العمودي لـ N على (OI) و R المسقط العمودي لـ N على (OJ)

د- احسب البعد OT واستنتج فاصلة T وفق (O;I) ثم احسب البعد

OR واستنتج فاصلة R وفق (O;J)

* نعلم ان $OH = |x_H| = 4$

بما ان في المثلث OMH نجد $(MH) \parallel (NT)$ ويقطع [OH] في T ويقطع [OM] في N فحسب طالس نحصل على التالي :

$$\frac{OT}{OH} = \frac{ON}{OM} = \frac{NT}{MH} \Rightarrow \frac{OT}{OH} = \frac{ON}{OM} = \frac{2}{3} \Rightarrow OT = \frac{2}{3} OH = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$$



التمرين 1

a و b عدنان حقيقيان موجبان حيث $a < b$. اختصر العبارات التالية :

العبارة	الاختصار
$H = 2(a-b)-3 +b+a-1$	$H = 2 \left \begin{array}{c} <0 \\ a-b \\ <0 \end{array} \right -3 + b + a -1$ $= -[2(a-b)-3] + b + a -1$ $= -2a + 2b + 3 + b + a -1 =$ $= -a + 3b + 2$
$K = -a+b+7 - b-a $	$K = -a+b+7 - \left \begin{array}{c} b-a \\ >0 \end{array} \right $ $= - \left(\begin{array}{c} a-b \\ <0 \end{array} \right) + 7 - b + a$ $= \left \begin{array}{c} >0 \\ a-b \end{array} \right + 7 - b + a = 7$ $= -a + b + 7 - b + a = 7$
$L = \sqrt{(a+b+1)^2} + -a-6 $	$L = \sqrt{(a+b+1)^2} + \left \begin{array}{c} <0 \\ -a-6 \end{array} \right $ $= \left \begin{array}{c} >0 \\ a+b+1 \end{array} \right + a + 6$ $= a + b + 1 + a + 6$ $= 2a + b + 7$

التمرين 2

نعتبر العددين $a = 2 + \sqrt{5}$ و $b = 3\sqrt{2}$.

$$a^2 = (2 + \sqrt{5})^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{5} + \sqrt{5}^2 = \boxed{9 + 4\sqrt{5}} \quad (1)$$

$$a^2 - b^2 = 9 + 4\sqrt{5} - (3\sqrt{2})^2 = 9 + 4\sqrt{5} - 18 = \boxed{4\sqrt{5} - 9}$$

$$(2) \text{ أ. نفكك الى جذاء عوامل : } \mathcal{F} = (ab)^2 - a^4 = a^2b^2 - a^4 = a^2(b^2 - a^2)$$

$$\text{ب. } \mathcal{F} = a^2(b^2 - a^2) = (9 + 4\sqrt{5})(9 - 4\sqrt{5}) = 9^2 - (4\sqrt{5})^2 = 81 - 80 = 1$$

ومنه العدنان a^2 و $b^2 - a^2$ مقلوبان

$$(3) \text{ أ. لدينا } 9^2 = 81 \text{ و } (4\sqrt{5})^2 = 16 \times 5 = 80$$

$$81 > 80 \text{ والعدنان } 4\sqrt{5} \text{ و } 9 \text{ موجبان اذن } 4\sqrt{5} < 9$$

ب. ينتج عن ذلك ان $4\sqrt{5} - 9 \in \mathbb{R}_+^*$ أي $a^2 - b^2 \in \mathbb{R}_+^*$ ومنه

$$\boxed{a^2 < b^2} \text{ الا ان } a \text{ و } b \text{ موجبان فحتما } \boxed{a < b}$$

$$(4) \text{ أ. لدينا } a < b \text{ والعدد } b \text{ موجب ومنه } a \times \boxed{b} < b \times \boxed{b} \Rightarrow \boxed{ab} < \boxed{b^2}$$

ب. بما أن :

$$a \times b = (2 + \sqrt{5})(3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{10} ; b^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$$

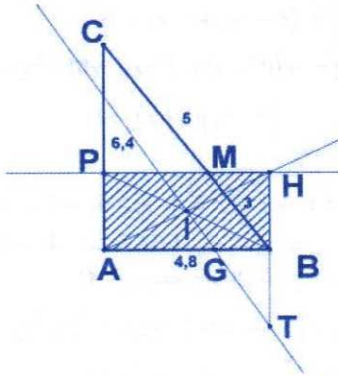


زوروا صفحة الكتاب على الفايبيوك :

Althabet en maths



(2) عين النقطة M من [BC] بحيث CM=5 ، الموازي لـ (AB) والمار من M يقطع (AC) في P .



أـ لنحسب CP و MP :

* في المثلث ABC نجد (PM) يوازي (AB) و يقطع (AC) في P

و (BC) في M فحسب طالس نكتب : $\frac{CP}{CA} = \frac{CM}{CB} = \frac{PM}{AB}$ الا ان

$$\frac{CP}{6.4} = \frac{5}{4.8} \quad \text{مما يعطي} \quad CP = 4$$

$$\frac{5}{4.8} = \frac{PM}{4.8} \quad \text{مما يعطي} \quad PM = 4.8$$

MP=3

بـ لنبين ان المثلث PMB متقايس الضلعين :

في المثلث PMB نجد : $MP = MB = 3$ ولذا المثلث PMB متقايس الضلعين

(3) لتكن I منتصف [BP] ، [AI] يقطع [PM] في H .

أـ لنثبت ان $\frac{IA}{IH} = 1$ ثم نستنتج ان I منتصف [AH] :

* في المثلث ABI نجد (PM) يوازي (AB) و يقطع (BI) في P و (AI) في I

$$\frac{IP}{IB} = 1 \quad \text{لان} \quad \frac{IP}{IB} = \frac{IA}{IH} = \frac{PA}{BH} \quad \text{نكتب :}$$

$$\frac{IA}{IH} = 1 \quad \text{فحتما} \quad [BP] \text{ منتصف } I$$

$$** \quad \frac{IA}{IH} = 1 \quad \text{ومنه} \quad IA = IH \quad \text{وان} \quad I \in [AH] \quad \text{ننتج} \quad [AH] \text{ منتصف } I$$

بـ الرباعي ABHP مستطيل ، لماذا ؟ الرباعي ABHP هو # لان I هي منتصف كل من القطرين [AH] و [BP] ومن ناحية اخرى

$$\angle PAB = 90^\circ \quad \text{فالرباعي ABHP مستطيل .}$$

(4) لتكن T منازرة H بالنسبة الى B ؛ (TI) يقطع (AB) في G ، احسب AG : في المثلث ATH نجد (TI) و (AB) يحملان على التوالي الوسطين الصادريين من T و A ويتقاطعان في G فهو حتما مركز ثقل المثلث ATH ومنه :

$$AG = \frac{2}{3} AB = \frac{2}{3} \times 4.8 = 3.2$$

$$AG = 3.2$$

الخلاصة:

$$ab < b^2 \quad \text{فان} \quad 6\sqrt{2} + 3\sqrt{10} < 18$$

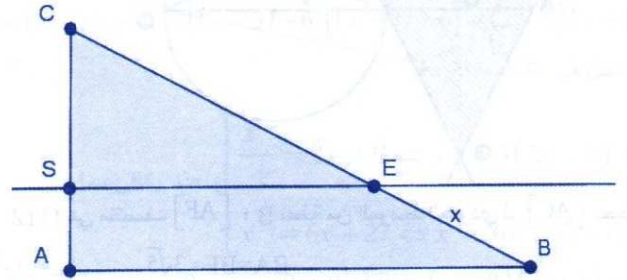
$$c < d \quad \text{ومنه}$$

$$\begin{aligned} c - d &= (6\sqrt{2} - 8) - (10 - 3\sqrt{10}) \\ &= 6\sqrt{2} - 8 - 10 + 3\sqrt{10} \\ &= (6\sqrt{2} + 3\sqrt{10}) - 18 \in \mathbb{R}^+ \end{aligned} \quad \text{ج. نقارن}$$

التمرين 3

(وحدة الطول هي cm).

ABC مثلث قائم في A ، حيث : AB=4 ؛ AC=3 ؛ لتكن E نقطة من [BC] . ولنضع BE=x المستقيم الذي يمر من E ويوازي (AB) يقطع (AC) في S .



(1) عبّر عن الطول CE بدلالة x .

لنحسب BC اولاً : المثلث ABC قائم في A فحسب بـتاغور

$$CB^2 = CA^2 + AB^2 \Rightarrow$$

$$CB^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

(2) بيّن أن : $SC = 3 - 0.6x$ ، $SE = 4 - 0.8x$. بما ان في المثلث ABC نجد (SE) // (AB) و يقطع [BC] في E و يقطع [AC] في S فحسب طالس نحصل على التالي :

$$\frac{CE}{CB} = \frac{CS}{CA} = \frac{ES}{BA} \Rightarrow \frac{CE}{5} = \frac{ES}{4} \Rightarrow SE = \frac{CE \times BA}{CB} = \frac{(5-x) \times 4}{5} = 4 - \frac{4}{5}x$$

$$SE = 4 - 0.8x$$

$$\frac{CS}{CA} = \frac{CE}{CB} \Rightarrow CS = \frac{CA \times CE}{CB} = \frac{3 \times (5-x)}{5} = 3 - \frac{3}{5}x$$

$$CS = 3 - 0.6x$$

(3) لنسمي p محيط SEBA فيجوز كتابة : $p = AB + BE + ES + SA$

$$p = 4 + x + (4 - 0.8x) + [3 - (3 - 0.6x)] = 8 + 0.8x$$

$$\begin{aligned} 8 + 0.8x &= 9 \\ 0.8x &= 9 - 8 = 1 \\ x &= \frac{1}{0.8} = 1.25 \end{aligned} \quad \text{يعني} \quad p = 9$$

يعني

p=9

يعني

p=9

يعني

p=9

يعني

p=9

يعني

p=9

يعني

p=9

يعني

p=9

يعني

p=9

التمرين 4

نعتبر مثلثاً ABC بحيث : AB=4.8 و AC=6.4 و BC=8 .

(1) لنبين ان المثلث ABC قائم في A .

$$\begin{aligned} BC^2 &= 8^2 = 64 \\ AB^2 &= 4.8^2 = 23.04 \\ AC^2 &= 6.4^2 = 40.96 \end{aligned} \quad \text{نلاحظ ان} \quad 40.96 + 23.04 = 64$$

$$AC^2 + AB^2 = BC^2 \quad \text{فحسب عكس بـتاغور المثلث ABC قائم في A}$$

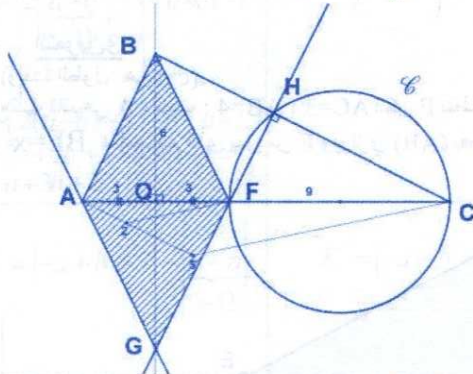


التمرين 1

وحدة قياس الطول هي الصم ؛ ارسم قطعة مستقيم [AC] طولها 15.

(1) لتكن النقطة F من [AC] بحيث $AF = \frac{2}{5} AC$ ؛ لنبين ان $AF=6$ ثم نرسم F

$$AF = \frac{2}{5} AC = \frac{2}{5} \times 15 = 2 \times 3 = 6$$



(2) O هي منتصف [AF] ؛ B نقطة من المتوسط العمودي لـ [AC] بحيث $OB=6$

أ- برهن ان : $BA=BF=3\sqrt{5}$
المثلث ABO قائم في O فحسب بيثاغور :

$$AB^2 = AO^2 + OB^2 = 9 + 36 = 45 \Rightarrow AB = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

نعلم ان B نقطة من المتوسط العمودي لـ [AC] فحتما

$$BA=BF=3\sqrt{5}$$

ب- برهن ان : $BC=6\sqrt{5}$
المثلث CBO قائم في O فحسب بيثاغور :

$$BC^2 = CO^2 + OB^2 = 12^2 + 6^2 = 144 + 36 = 180 \Rightarrow BC = \sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = 6\sqrt{5}$$

$$CO=CF+FO=9+3=12 \text{ نلاحظ ان } BC=6\sqrt{5}$$

ت- نبين ان : (BC) يعامد (AB)

$$\left. \begin{array}{l} AB^2 = 45 \\ AC^2 = 225 \\ CB^2 = 180 \end{array} \right\} 225 = 45 + 180 \Rightarrow AC^2 = AB^2 + CB^2 \text{ في المثلث ABC نجد :}$$

فحسب عكس بيثاغور : المثلث ABC قائم الزاوية في B

(3) ابن الدائرة Γ ذات القطر [FC] ؛ Γ تقطع ثانية (BC) في H .

أ- نبين ان المثلث FCH قائم الزاوية ثم نثبت ان (FH) // (AB) .

* FCH هو مثلث بحيث [FC] قطر للدائرة Γ والنقطة H تنتمي الى Γ فهو حتما قائم الزاوية في H

** لدينا (FH) يعامد (BC) و (AB) يعامد (BC) اذن (FH) // (AB)

ب- نحسب CH .

* في المثلث ABC نجد (FH) يوازي (AB) و يقطع (BC) في H و (AC) في F فحسب طالس نكتب :

$$\frac{CH}{CB} = \frac{CF}{CA} = \frac{HF}{AB} \Rightarrow CH = \frac{CB \times CF}{CA} = \frac{6\sqrt{5} \times 9}{15} = \frac{2\sqrt{5} \times 9}{5} = 3,6\sqrt{5}$$

(4) الموازي لـ (BF) والمار من A يقطع (HF) في G . لنبين ان ABFG مربع
الرابعي ABFG متوازي الاضلاع (معطى) و له ضلعان متتاليان متقايسان وهما [BA] و [BF] فهو معين

زوروا موقع الكتاب على الواب :

<https://sites.google.com/site/lapotheme/>

او صفحته على الفايسبوك :

<https://www.facebook.com/gharbika12/>



اصلاح فرض المراقبة عدد 5 نموذج 1

التمرين 1

ليكن العددين الحقيقيين x و y حيث $-3 \leq x \leq -1$ و $\sqrt{3} \leq y \leq 2$

1- لتكن العبارة H التالية : $H = xy^2 - 20 - 5x + 4y^2$

(أ) لنبين بالتفكيك أن : $H = (x+4)(y^2-5)$

$$H = xy^2 - 20 - 5x + 4y^2 = (4y^2 + xy^2) - (5x + 20) = y^2(x+4) - 5(x+4)$$

$$H = (x+4)(y^2-5)$$

(ب) لنبين أن $x+4$ مخالف للصفر .

$$-3 \leq x \leq -1 \Rightarrow -3+4 \leq x+4 \leq -1+4 \Rightarrow 1 \leq x+4 \leq 3$$

$x+4$ محصورة بين عددين موجبين قطعاً فحتماً $x+4$ مخالف للصفر

(ج) اوجد حصر H لـ (y^2-5) ثم استنتج حصر H .

$$\sqrt{3} \leq y \leq 2 \Rightarrow \sqrt{3}^2 \leq y^2 \leq 2^2 \Rightarrow 3 \leq y^2 \leq 4 \Rightarrow 3+(-5) \leq y^2+(-5) \leq 4+(-5) \Rightarrow -2 \leq y^2-5 \leq -1$$

$$1 \leq (y^2-5) \leq 2 \Rightarrow 1 \times 1 \leq (y^2-5)(x+4) \leq 2 \times 3 \Rightarrow -6 \leq (y^2-5)(x+4) \leq -1$$

$$1 \leq x+4 \leq 3$$

$$-6 \leq H \leq -1$$

اي

2- لتكن العبارة G التالية : $G = \frac{x^2+8x+15}{x+4}$

(أ) لنبين أن : $G = x+4 - \frac{1}{x+4}$ لدينا :

$$G = \frac{x^2+8x+15}{x+4} = \frac{x^2+8x+16-1}{x+4} = \frac{(x+4)^2-1}{x+4} = \frac{(x+4)^2}{x+4} - \frac{1}{x+4} = x+4 - \frac{1}{x+4}$$

$$G = x+4 - \frac{1}{x+4}$$

$$1 \leq x+4 \leq 3 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{x+4} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\frac{1}{x+4} \leq -\frac{1}{3}$$

$$1+(-1) \leq x+4 - \frac{1}{x+4} \leq 3+(-\frac{1}{3}) \Rightarrow 0 \leq G \leq \frac{8}{3}$$

بجمع 1 و 2 طرف بطرف على :

التمرين 2

لتكن العبارة A حيث $A = \frac{3x^2-2}{4}$

(1) لنحسب العبارة A علماً أن : $x = \frac{\sqrt{2}}{3}$

$$A = \frac{3\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 - 2}{4} = \frac{3 \times \frac{2}{9} - 2}{4} = \frac{\frac{2}{3} - 2}{4} = \frac{\frac{2-6}{3}}{4} = \frac{-\frac{4}{3}}{4} = -\frac{4}{3} \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{3}$$

(2) لنجد حصر A إذا كان $-\sqrt{3} \leq x \leq -1$

$$-\sqrt{3} \leq x \leq -1 \Rightarrow (-1)^2 \leq x^2 \leq (-\sqrt{3})^2 \Rightarrow 1 \leq x^2 \leq 3 \Rightarrow 3 \leq 3x^2 \leq 9$$

$$\Rightarrow 3+(-2) \leq 3x^2+(-2) \leq 9+(-2) \Rightarrow 1 \leq 3x^2-2 \leq 7$$

$$\Rightarrow 1 \times \frac{1}{4} \leq (3x^2-2) \times \frac{1}{4} \leq 7 \times \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \leq \frac{3x^2-2}{4} \leq \frac{7}{4}$$

$$\frac{1}{4} \leq A \leq \frac{7}{4}$$

اي

$$\frac{3x^2-2}{4} \leq -\frac{1}{2}$$

(3) لنحل في $\mathbb{R}$ المتراجحة

التمرين 2

نعتبر العبارة : $A = x^2 - 6x - 27$ حيث $x \in \mathbb{R}$

1. إذا كان $x = -2\sqrt{5}$ فإن

$$A = (-2\sqrt{5})^2 - 6(-2\sqrt{5}) - 27 = 20 + 12\sqrt{5} - 27 = 12\sqrt{5} - 7$$

2. أ. ننشر و نختصر : $(x-3)^2 = x^2 - 2 \times 3x + 3^2 = x^2 - 6x + 9$
ب. نبين أن :

$$A = x^2 - 6x - 27 = \underbrace{x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2}_{(x-3)^2} - 36 = (x-3)^2 - 36$$

ج. نفكك إذا العبارة A إلى جذاء عوامل :

$$A = (x-3)^2 - 6^2 = [(x-3)-6][(x-3)+6] = (x-9)(x+3)$$

د. نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة :

$$\begin{cases} \frac{x^2}{3} = 2x + 9 \Leftrightarrow x^2 = 3(2x + 9) \Leftrightarrow \\ x^2 = 6x + 27 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 27 = 0 \end{cases}$$

وبالتالي $x-9=0$ او $x+3=0$ مما يعطي

$$S_{\mathbb{R}} = \{-3; 9\} \text{ اذن } x = -3 \text{ او } x = 9$$

3. لتكن العبارة $B = (x+2)^2 - A$

$$\begin{cases} B = (x+2)^2 - A = (x+2)^2 - (x^2 - 6x - 27) \\ = x^2 + 4x + 4 - x^2 + 6x + 27 = 10x + 31 \end{cases}$$

ب. بما ان $(x+2)^2 - (x-9)(x+3) = 10x + 31$ فإن باعتبار

$$b = 2015^2 - 2004 \times 2016$$

$$= (2013+2)^2 - (2013-9)(2013+3)$$

$$= 10 \times 2013 + 31 = 20130 + 31 = 20161$$

التمرين 3

ضع العلامة ∇ في خانة الاجابة الصحيحة:

.....	∇	
.....	∇	
.....	∇	
.....	∇	



$$MH \times AE = MA \times ME \Rightarrow MH = \frac{MA \times ME}{AE} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8$$

$$MH = 4.8 \quad \text{وبالتالي}$$

$$AE = AB = 10 \text{ و } MB = ME = 8$$

* FAB هو مثلث بحيث [AB] قطر للدائرة Γ والنقطة F تنتمي إلى Γ فهو قائم الزاوية في F ومن ناحية أخرى F و A و E على نفس الاستقامة ومنه المثلث FEB قائم الزاوية في F ؛ إلا أن M هو منتصف الوتر [BE] فحنما :

$$MB = ME = MF = 8$$

$$MF = 8 \quad \text{وبالتالي}$$

$$\frac{AM}{AT} \quad (3) \text{ المستقيمان (AM) و (BF) يتقاطعان في T ؛ احسب النسبة } \frac{AM}{AT}$$

* علينا أن نحسب AF

(بتطبيق بيتاغور في المثلث ABF علما أن BF = 2)

و AH (بتطبيق بيتاغور في المثلث AHM علما أن HM = 9.6)

ثم بتطبيق طالس في المثلث AMH نجد :

$$\frac{AM}{AT} = \frac{AH}{AF} = \frac{MH}{MT}$$

الخلاصة : عند حساب الأبعاد AF و AH نجد AF = 2.8 و AH = 3.6

$$\frac{AM}{AT} = \frac{3.6}{2.8} = 1.28$$

ومنه

التمرين 4

ضع علامة ✓ تحت المقترح السليم

كل رباعي محدد قطراه يتقاطعان في المنتصف ويتقايسان هو	مربع	معين	✓ مستطيل
$\frac{2}{3}x^2 - (1+x)^2$ تساوي	✓ $-\frac{x^2}{3} - (1+2x)$	$\frac{x^2}{3} + 1$	$-\frac{x^2}{3} - 2x + 1$

$$\text{ومنه } \left(\frac{3x^2 - 2}{4} \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{4}x^2 \leq 0 \Rightarrow x = 0 \right)$$

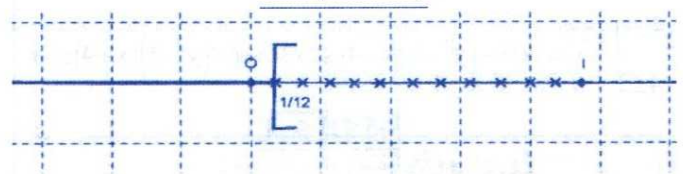
$$S_{\mathbb{R}} = \{0\}$$

(4) لنحل في $\mathbb{R}$ المتراحة $A < 3x \left(\frac{x}{4} - 2 \right)$ ثم نمثل مجموعة حلولها على

مستقيم مدرج بواسطة معين (O;I) بحيث OI = 24 mm

$$\left(\frac{3x^2 - 2}{4} < 3x \left(\frac{x}{4} - 2 \right) \Rightarrow \frac{3x^2}{4} - \frac{1}{2} < \frac{3x^2}{4} - 6x \Rightarrow 6x < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{6} \times 6x < \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \Rightarrow x < \frac{1}{12} \Rightarrow S_{\mathbb{R}} = \left] -\infty; \frac{1}{12} \right[\right)$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left] -\infty; \frac{1}{12} \right[$$



التمرين 3

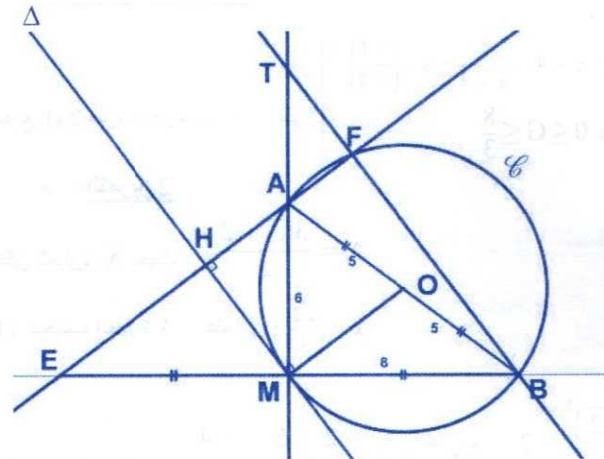
وحدة قياس الطول هي الصم . يجوز استعمال الآلة الحاسبة

ABM هو مثلث بحيث AB = 10 و BM = 8 و AM = 6 .
1- أ- بين أن المثلث ABM قائم .

$$\left. \begin{array}{l} AB^2 = 100 \\ AM^2 = 36 \\ BM^2 = 64 \end{array} \right\} 100 = 36 + 64 \Rightarrow AB^2 = AM^2 + BM^2 \quad \text{في المثلث ABM نجد :}$$

فحسب عكس بيتاغور : المثلث ABM قائم الزاوية في M

ب- ابن الدائرة Γ المحيطة بذلك المثلث وليكن O مركزها . علل طريقة البناء .
البناء :



التعليل :

نعلم أن مركز الدائرة المحيطة بمثلث قائم هو منتصف وتره

(2) ابن المستقيم Δ المماس لـ Γ في M وليكن H المسقط العمودي لـ A على Δ

أ- (AH) يقطع Γ ثانية في F و يقطع (BM) في E ؛ نبين أن M منتصف [BE] :

في المثلث ABE نجد (OM) يوازي (AE) (يعامدان نفس المستقيم (HM))

ويمر من O منتصف [BA] فحنما سيقطع [BE] في منتصفه اي :

M منتصف [BE]

ب- نبين أن المثلث ABE متقايس الضلعين :

نعلم أن المثلث ABM قائم الزاوية في M ومنه (AM) يعامد [BE] في منتصفه

M إذن (AM) يمثل المتوسط العمودي لـ [BE] ؛ A نقطة من (AM) إذن تبعد نفس

البعد عن الطرفين B و E ومنه : المثلث ABE متقايس الضلعين

ج- احسب MH و MF .

* **التمرين 5** : Δ قائم الزاوية في M و [MH] هو الارتفاع الصادر من M إذن :

اصلاح فرض المراقبة عددى ** نموذج **3

التمرين 1

$$2 \leq x \leq 7 \text{ و } -7 \leq y \leq -1 \text{ و } -5 \leq z \leq 3$$

$-35 \leq -2x + 3y \leq -7$	$9 \leq x - y \leq 8$
نعلم ان $-14 \leq -2x \leq -4$ وان $-21 \leq 3y \leq -3$ ومنه $-35 \leq -2x + 3y \leq -7$	خطأ لان الطرف الايسر وهو 9 اكبر من الطرف الايمن وهو 8 وهذا ليس حصرا
صواب	

$0.4 \leq \frac{x(z+6)}{5} \leq 12.6$	$-49 \leq xy \leq -2$
نعلم ان $1 \leq z + 6 \leq 9$ و $2 \leq x \leq 7$ ان $2 \leq x(z+6) \leq 63$ وبالتالي $2 \times \frac{1}{5} \leq \frac{1}{5} [x(z+6)] \leq \frac{1}{5} \times 63$	نعلم ان $2 \leq x \leq 7$ وان $1 \leq -y \leq 7$ ومنه $2 \leq x(-y) \leq 49$ وبالتالي: $-49 \leq x \times y \leq -2$
صواب $0.4 \leq \frac{x(z+6)}{5} \leq 12.6$	صواب

التمرين 2

نعتبر العددين الحقيقيين p و q التاليين :

$$p = (3 - \sqrt{5})^2 - 2(2.5 - \sqrt{45}) \text{ و } q = \sqrt{98} - \sqrt{18}$$

$$\begin{cases} q = \sqrt{98} - \sqrt{18} \\ = \sqrt{7^2 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} \\ = 7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \\ = 4\sqrt{2} \end{cases} \text{ و } \begin{cases} p = (3 - \sqrt{5})^2 - 2(2.5 - \sqrt{45}) \\ = 9 - 6\sqrt{5} + 5 - 5 + 2\sqrt{45} \\ = 9 - 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5} \\ = 9 \end{cases}$$

(ب) ليكن العدد الحقيقي $t = 9 + 4\sqrt{2}$ ؛ نبين ان $t - 13 = 4(\sqrt{2} - 1)$ ثم نستنتج ان $t > 13$

$$\sqrt{2} > 1 \text{ فبان } t - 13 = 9 + 4\sqrt{2} - 13 = 4\sqrt{2} - 4 = 4(\sqrt{2} - 1) \\ \sqrt{2} - 1 > 0 \text{ ان } 4(\sqrt{2} - 1) > 0 \text{ ومنه } t - 13 > 0 \text{ وبالتالي: } t > 13$$

(ج) نبين ان $t = (1 + 2\sqrt{2})^2$ ثم نستنتج مقارنة بين $1 + 2\sqrt{2}$ و $\sqrt{13}$.
 $(1 + 2\sqrt{2})^2 = 1^2 + 2 \times 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 = 1 + 4\sqrt{2} + 8 = 9 + 4\sqrt{2} = t$
ومن ناحية اخرى بمان $t > 13$ فان $(1 + 2\sqrt{2})^2 > \sqrt{13}^2$ ومنه

$$1 + 2\sqrt{2} > \sqrt{13}$$

(د) نعلم ان $\pi > 3$ ان $\frac{1}{3} > \frac{1}{\pi}$ وان $1 + 2\sqrt{2} > \sqrt{13}$ ومنه

$$\frac{1 + 2\sqrt{2}}{3} > \frac{\sqrt{13}}{\pi}$$

التمرين 3

(1) - كم عدد عمال هذه الشركة ؟ عدد عمال هذه الشركة هو 24

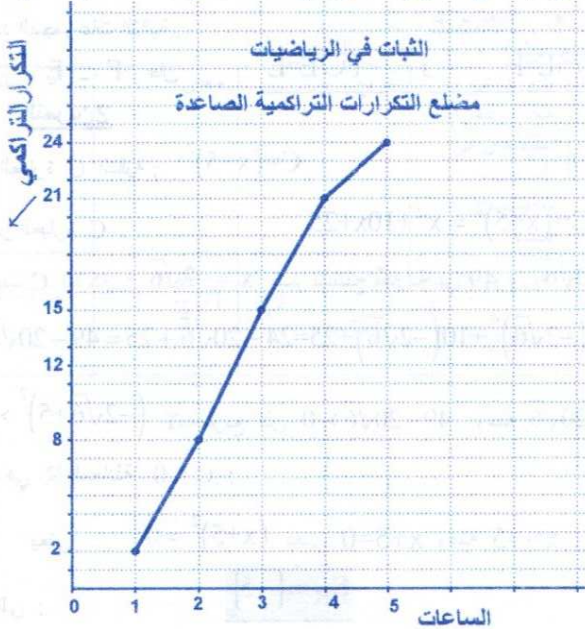
عدد الساعات الاضافية	5	4	3	2	1
عدد العمال او التكرارات	3	6	7	6	2
التكرارات التراكمية الصاعدة	24	21	15	8	2
التواترات	0.125	0.25	0.291	0.25	0.083
التواترات التراكمية الصاعدة	1	0.874	0.624	0.333	0.083

(4) - احسب المعدل الحسابي و المتوسط Me لهذه السلسلة الاحصائية .
ليكن Ma المعدل الحسابي لهذه السلسلة :

$$Ma = \frac{2 \times 1 + 6 \times 2 + 7 \times 3 + 6 \times 4 + 3 \times 5}{24} \\ = \frac{2 + 12 + 21 + 24 + 15}{24} \\ = 3.08$$

** من خلال الجدول نجد ان المتوسط Me هو معدل القيم التي تواف $N/2$ و $(N/2) + 1$ نجد $Me = 3$ (نلاحظ ان التكرار الجملي $N = 24$ هو عدد زوجي)

(5) - ارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة الاحصائية



(6) - النسبة المئوية لعدد العمال الذين أنجزوا 3 ساعات إضافية تساوي

$$\frac{7}{24} \times 100\% = 29.16\%$$

التمرين 4

(1) ننجز الرسم ثم نبين أن المثلث ADE متقايس الاضلاع : لدينا
 $\hat{BAD} = (180 - 60)^\circ = 120^\circ$ لان $\hat{BAD}$ و $\hat{ADC}$ متتامتان في #
اذن متكاملتان) ومنه $\hat{EAD} = \hat{DAB} / 2 = 120^\circ / 2 = 60^\circ$ فحتما
 $\hat{AED} = (180 - 2 \times 60)^\circ = 60^\circ$

في المثلث ADE جميع الزوايا متقايسة فهو متقايس الاضلاع

(2) أ. نبين أن الرباعي ADEF معين. (لكن H مركزه) : لدينا
 $DE = AF$ | ان $DE = AD = 4cm$ و $AF = AB / 2 = 4cm$

ومن ناحية اخرى نعلم ان $(DE) \parallel (AF)$ ؛ ينتج عن 1 و 2 ان الرباعي

ADEF هو # وله ضلعان متتاليان متقايسان $(AF = AD)$ فهو معين
اما في الرباعي BCEF نجد : $BF = 8 / 2 = 4cm$ و $BC = AD = 4cm$

$$CE = (8 - 4)cm = 4cm \text{ و } EF = DE = 4cm$$



ب. لنحسب $DF = 2DH = 2 \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right) = 4\sqrt{3} \text{ cm}$

ملاحظة: DH هو ارتفاع في مثلث متقايس الاضلاع

3) أ. في الرباعي $BEDF$ نجد $DE = BF = 4cm$ و

2) $(DE) \parallel (BF)$ ينتج عن 1 و 2 ان $BEDF$ متوازي للاضلاع

ب. ينتج مما سبق ان $(BE) \parallel (DF)$ ؛ الا ان $(AE) \perp (DF)$ (في المعين

القطران يتعامدان) فحتمًا $(AE) \perp (BE)$ في E وبالتالي المثلث ABE

قائم الزاوية.

ج. لنحسب BH : المثلث BEH قائم الزاوية في E فحسب بيثاغور:

$$BH^2 = \boxed{BE}^2 + EH^2 = \boxed{DF}^2 + \left(\frac{AE}{2}\right)^2 = (4\sqrt{3})^2 + 2^2$$

$$= 48 + 4 = 52$$

$$BH = \sqrt{52} \text{ cm} = \boxed{2\sqrt{13}} \text{ cm} \text{ ومنه}$$

(4) أ. الرباعي $E H F K$ له ثلاث زوايا قائمة وهي في E و H (اثبت)

وفي K (في المعين القطران يتعامدان) فهو مستطيل.

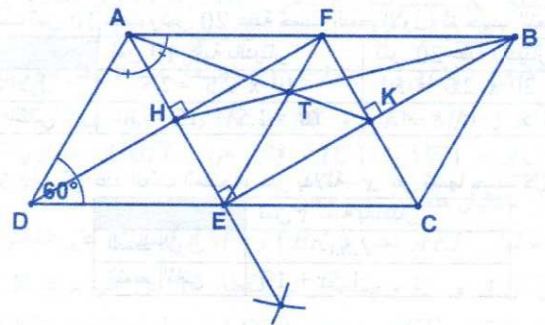
ب. في المثلث AEB نلاحظ ان $[EF]$ و $[AK]$ هما على التوالي

الصادران من E و A (لان K و H هما منتصفا $[BE]$ و $[AE]$

على التوالي) ويتقاطعان في T اذن T هو مركز ثقل AEB ؛ الا ان

$[BH]$ هو المتوسط الثالث في هذا المثلث فحتمًا $T \in [BH]$ بحيث

$$BT = \frac{2}{3}BH = \frac{2}{3}(2\sqrt{13}) = \frac{4}{3}\sqrt{13} \text{ cm}$$



زوروا موقع الكتاب على الواب :

<https://sites.google.com/site/lapotheme/>

او صفحته على الفايس بوك :

<https://www.facebook.com/gharbika12/>

التمرين 1

(1) - لنملأ هذا الجدول.

الفئة : الأعمار بالمئات	[12;16[	[16;20[	[20;24[	[24;28[	[28;32[	[32;36[
مركز الفئة	14	18	22	26	30	34
التردد عدد المعالجين	6	4	22	18	38	12
النسبة النسبة %	6%	4%	22%	18%	38%	12%
النسبة التراكمية الصاعدة %	6%	10%	32%	50%	88%	100%

(2) - أرسم مضلع التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المئوية واستنتج قيمة تقريبية لموسط السلسلة



* قيمة تقريبية للموسط هي 28 وهو فاصلة النقطة ذات الترتيب 0,5 او 50 %

التمرين 2

a و b عدنان حقيقيان بحيث : $3 \leq a \leq 6$ و $b \in [-5; -3]$.
(1) - اوجد حصر لـ $a+b$ و a^2 .

$$\left(b \in [-5; -3] \Rightarrow -5 \leq b \leq -3 \Rightarrow -2 \leq a+b \leq 3 \right) \quad *$$

$$3 \leq a \leq 6 \Rightarrow 3^2 \leq a^2 \leq 6^2 \Rightarrow 9 \leq a^2 \leq 36 \quad *$$

$$-30 \leq ab \leq -9 \quad \text{لدينا :}$$

$$\left(3 \leq a \leq 6 \Rightarrow 3 \times 3 \leq a \times (-b) \leq 6 \times 5 \right) \quad *$$

$$-30 \leq ab \leq -9 \quad \text{وبالتالي} \quad -60 \leq 2ab \leq -18$$

$$\text{لدينا} \quad 3 \leq b \leq 5 \quad \text{ومنه} \quad 9 \leq b^2 \leq 25 \quad \text{لان الطرفين موجبان}$$

(3) - نبين أن : $0 \leq (a+b)^2 \leq 43$. في حالة هذا التمرين $a+b$

محصور بين عددين مختلفي العلامة اذن لا يجوز التربيع ؛ نعلم ان

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{ومنه}$$

$$\left. \begin{array}{l} 9 \leq a^2 \leq 36 \\ -60 \leq 2ab \leq -18 \\ 9 \leq b^2 \leq 25 \end{array} \right\} \Rightarrow -42 \leq a^2 + 2ab + b^2 \leq 43$$

لكن $0 \leq (a+b)^2 \leq 43$ ومنه $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \in \mathbb{R}_+$

(4) صحيح $a^2 - b^2 \in [-16; 27]$ لان :

$$\left(\begin{array}{l} 9 \leq a^2 \leq 36 \\ 9 \leq b^2 \leq 25 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 9 \leq a^2 \leq 36 \\ -25 \leq -b^2 \leq -9 \end{array} \Rightarrow -16 \leq a^2 + (-b^2) \leq 27 \right)$$

التمرين 3

(i) انقل الجدول التالي ثم حل المعادلات او المتراجحات التالية في $\mathbb{N}$

$2.5x = 1.5x + 15$ يعني $x = 15$	$S_N = \{15\}$
$2.5x > 1.5x + 15$ يعني $x > 15$	$S_N = \{16; 17; 18; \dots\}$

(ii) مؤسسة تصنع علبة للتين المصبر، وتقترح نمطين من البيع:
النمط الأول: 2,5 د للعبة الواحدة ؛ أما النمط الثاني: 1,5 د للعبة الواحدة زائد مبلغ جزافي قدره 15 د .

(1) احسب ثمن 10 علب و ثمن 20 علبة حسب النمط الأول، ثم حسب النمط الثاني.

ثمن 10 علبة بالدينار	ثمن 20 علبة بالدينار
$10 \times 2.5 = 25$	$20 \times 2.5 = 50$
$10 \times 1.5 + 15 = 30$	$20 \times 1.5 + 15 = 45$
النمط الثاني	النمط الاول

(2) نرمز بـ x إلى عدد العلب المنتجة، عبر بدالة x عن ثمنها حسب كل من النمطين.

ثمن x علبة بالدينار	
$2.5x$	النمط الاول
$1.5x + 15$	النمط الثاني

(3) أ كم هو عدد العلب الذي يكون فيه الثمنان متساويين ؟

$$2.5x = 1.5x + 15 \quad \text{يعني} \quad x = 15$$

عدد العلب الذي يكون فيه الثمنان متساويين هو 15

(ب) ماهو الشرط الذي يكون من أجله النمط الثاني أفضل من النمط الأول بالنسبة إلى المشتري ؟

$$2.5x > 1.5x + 15 \quad \text{فنجد} \quad x > 15$$

ومنه :

الشرط الذي يكون من أجله النمط الثاني أفضل من النمط الأول بالنسبة إلى المشتري هو ان يكون عدد علب التين المشتراة اكبر قطعاً من 15



اصلاح فرض المراقبة عدد 6 ** نموذج 1

التمرين 1

ضع العلامة ∇ يسار الاجابة الصحيحة:

∇		
	∇	
		∇
		∇
	∇	

التمرين 2

ليكن x عددا حقيقيا حيث $x \in [-3; -1]$

1- نبين أن $x+5$ مخالف للصفر ثم نحصر $\frac{1}{x+5}$:

$$x \in [-3; -1] \Rightarrow -3 \leq x \leq -1 \Rightarrow -3+5 \leq x+5 \leq -1+5 \Rightarrow 2 \leq x+5 \leq 4$$

$x+5$ أكبر او يساوي 2 فحتما مخالف للصفر

** وبالتالي $\frac{1}{x+5}$ موجود؛ لنجد حصره عندما $x \in [-3; -1]$: بما ان

$$\frac{1}{4} < \frac{1}{x+5} < \frac{1}{2} \quad \text{فان} \quad 2 \leq x+5 \leq 4$$

$$G = \frac{-3x-4}{x+5} \quad \text{التالية :}$$

$$G = -3 + \frac{11}{x+5} \quad \text{ألنبن أن :}$$

$$G = \frac{-3x-4}{x+5} = \frac{-3(x+5)+11}{x+5} = \frac{-3(x+5)}{x+5} + \frac{11}{x+5} = -3 + \frac{11}{x+5} \quad ; x+5 \neq 0$$

$$G = -3 + \frac{11}{x+5} \quad \text{بالتالي :}$$

ملاحظة: في مستوي 9 أساسي يجوز ان نتمشى في اتجاه توحيد المقامات اي :

$$G = \frac{-3x-4}{x+5} = \frac{-3(x+5)+11}{x+5} = \frac{-3x-15+11}{x+5} = \frac{-3x-4}{x+5}$$

$$G \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{5}{2}\right] \quad \text{نعلم ان} \quad G = -3 + \frac{11}{x+5} \quad \text{اي}$$

$$G = -3 + 11 \times \frac{1}{x+5} \quad \text{ونعلم ايضا ان} \quad \frac{1}{4} \leq \frac{1}{x+5} \leq \frac{1}{2} \quad \text{ومنه}$$

$$\left(11 \times \frac{1}{4} \leq 11 \times \frac{1}{x+5} \leq 11 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{11}{4} + (-3) \leq \frac{11}{x+5} + (-3) \leq \frac{11}{2} + (-3)\right)$$

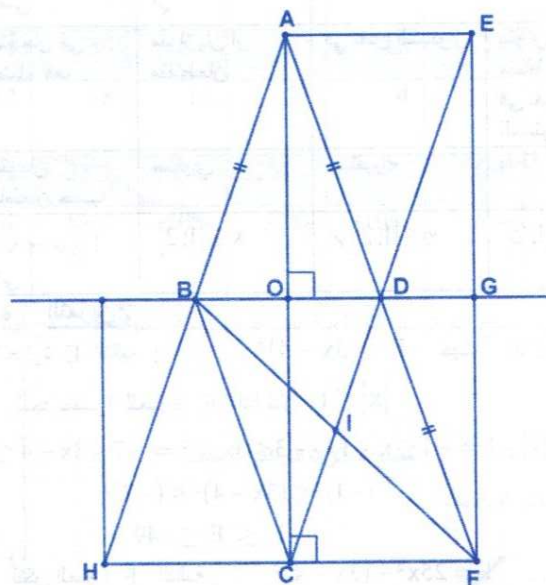
$$\Rightarrow -\frac{1}{4} \leq G \leq \frac{5}{2}$$

اي

$$G \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{5}{2}\right]$$

التمرين 3

1) C منظرية A بالنسبة للمستقيم (BD) يعطي (BD) هو المتوسط العمودي للقطعة $[AC]$ ومنه $BA=AD$ و $DA=DC$ ونعلم ان $BA=AD$ مما يعطي : $BA=AD=BC=DC$ فالرباعي $ABCD$ معين



2) ليكن I منتصف $[CD]$ والنقاط F و E بحيث E منظرية C بالنسبة الى D و F

منظرية B بالنسبة الى I : نوع الرباعي $BDFC$ ؟ علل

قطرا الرباعي $BDFC$ يتقاطعان في منتصفهما I اذن هذا الرباعي متوازي الاضلاع

3) لنستنتج ان D منتصف $[AF]$.

$BDFC$ متوازي الاضلاع اذن $BC=DF$ و $(BC) \parallel (DF)$ ونعلم ان

$BC=AD$ و $(AD) \parallel (BC)$ ومنه $AD=DF$ (1)

و $(AD) \parallel (DF)$ لانهما يوازيان نفس المستقيم (BC) ويشتركان في

D اذن $D \in [AF]$ (2) ؛ ينتج عن (1) و (2) ان D منتصف $[AF]$

4) نعلم ان $(AC) \perp (BD)$ قطران في معين وان $(DB) \parallel (FC)$ لان

$BDFC$ متوازي الاضلاع ومنه $(AC) \perp (CF)$

5) لنستنتج ان الرباعي $AEFC$ مستطيل . D منتصف $[AF]$ و E

منظرية C بالنسبة الى D اي D منتصف $[CE]$ ومنه فالرباعي $AEFC$

متوازي الاضلاع ولديه زاوية قائمة في C فهو مستطيل

6) نعتبر $(O; D; A)$ معيناً في المستوي و G تقاطع (BD) مع (EF) . وفقا

للمعين $(O; D; A)$ نجد $G(2;0)$ لان $G \in [OD]$ بحيث $OG=2OD$ (يتم

اثبات ان D منتصف $[OG]$ بما ان $DG=CF$ و $OD=AE$ و $CF=AE$ (القطعة الرابطة بين منتصفين ضلعي مثلث)

و $F(2;-1)$ لان مسقط F على (OD) بموازية (OA) هو G و $x_G=2$

و مسقط F على (OC) بموازية (OD) هو C و $y_C=-1$.

7) اذن النقطة $H(-2;-1)$ لنبين ان AEF مثلث متقايس الضلعين .

بما ان بالنظر الى $F(2;-1)$ و $H(-2;-1)$ نلاحظ انهما يشتركان في الترتيب

ويتقابلان في الفاصلة اذن متناظران بالنسبة الى (OA) ومنه (OA) هو المتوسط

العمودي لـ $[HF]$ ؛ الا ان A نقطة من (OA) فحتما $AH=AF$.

الخلاصة : AHF مثلث متقايس الضلعين



اصلاح فرض المراقبة عدد 6 نموذج 2

التمرين 1

لتكن العبارتين $E = -\frac{7}{4}x + 1$ و $F = \frac{3y-4}{5y-7}$ حيث $x \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{R}$ عدد حقيقي مخالف لـ 1,4 :

1- ايجاد حصر للعبرة E اذا علمنا ان $|x| \leq 4$

$$|x| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4 \Rightarrow -4 \leq -x \leq 4 \Rightarrow -4 \times \frac{7}{4} \leq -x \times \frac{7}{4} \leq 4 \times \frac{7}{4}$$

$$-7 + 1 \leq -\frac{7}{4}x + 1 \leq 7 + 1 \Rightarrow -6 \leq E \leq 8$$

$$-6 \leq E \leq 8$$

وبالتالي :

2- ا) اذا علمنا ان $y = \sqrt{2}$ فلنبين ان $F = \sqrt{2} + 2$

$$F = \frac{3\sqrt{2}-4}{5\sqrt{2}-7} = \frac{(3\sqrt{2}-4)(5\sqrt{2}+7)}{(5\sqrt{2}-7)(5\sqrt{2}+7)} = \frac{30+21\sqrt{2}-20\sqrt{2}-28}{50-49} = \frac{2+\sqrt{2}}{1}$$

$$F = 2 + \sqrt{2}$$

وبالتالي :

ب) استنتج مقارنة بين $3\sqrt{2}-4$ و $5\sqrt{2}-7$.

$$\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18 ; 18 > 16 \Rightarrow 3\sqrt{2} > 4 \text{ لان } 5\sqrt{2}-7 > 0 \text{ و } 3\sqrt{2}-4 > 0 \text{ لدينا :}$$

$$\left(5\sqrt{2}\right)^2 = 50 ; 50 > 49 \Rightarrow 5\sqrt{2} > 7 \text{ و}$$

$$3\sqrt{2}-4 > 5\sqrt{2}-7 \text{ ومن ناحية اخرى } \frac{3\sqrt{2}-4}{5\sqrt{2}-7} = 2 + \sqrt{2} > 1 \text{ ومنه}$$

بماكاننا اعتماد علامة الفرق للتأكد من النتيجة لكنه ليس استنتاجا

3- أ- لنحل المتراجحة $|E| = \frac{7}{4}x - 1$ في $\mathbb{R}$:

$$|E| = \frac{7}{4}x - 1 \text{ يعني } |E| = -E \text{ اي } E \leq 0 \text{ او } -\frac{7}{4}x + 1 \leq 0 \text{ ومنه}$$

$$-\frac{7}{4}x \leq -1 \text{ وبالتالي } -\frac{7}{4}x \geq -1 \times \left(-\frac{4}{7}\right) \Rightarrow x \geq \frac{4}{7}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left[\frac{4}{7}; +\infty\right[\text{ الخلاصة:}$$

$$\text{ب) } E \geq 4 - \frac{2-x}{3} \text{ يعني } -\frac{7}{4}x + 1 \geq 4 - \frac{2-x}{3} \text{ يعني}$$

$$-\frac{7}{4}x + 1 \geq 4 - \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x \text{ يعني}$$

$$-\frac{21}{12}x - \frac{4}{12}x \geq \frac{7}{3} \text{ يعني } -\frac{25}{12}x \geq \frac{7}{3}$$

$$\left(-\frac{12}{25}\right)\left(-\frac{25}{12}\right)x \leq \frac{7}{3}\left(-\frac{12}{25}\right) \text{ يعني } x \leq -\frac{28}{25} \text{ او } x \leq -1,12$$

$$S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -1,12] \text{ الخلاصة:}$$

التمرين 2

نعتبر متوازي المستطيلات $ABCD A'B'C'D'$ مركزه O ؛ I مركز الوجه

$ABCD$ و J مركز الوجه $A'B'C'D'$

1) برهن على أن : $(OI) // (BB')$ و $(OJ) // (BB')$ ثم استنتج أن النقاط J, O, I على نفس الإستقامة. (يجب تحديد المستوي الذي نشغل عليه) : المثلثان BDD' و BDD'

يوجدان في نفس المستوي القطري (BDD')

(*) في المثلث BDD' نجد I منتصف $[BD]$ و O منتصف $[B'D]$ فحتما

$$(1) (OI) // (BB')$$

(*) وبنفس الطريقة في المثلث $BB'D'$ نبين ان $(2) (OJ) // (BB')$

ينتج عن (1) و (2) ان $(OI) // (OJ)$ ويشتركان في O ان ينطبقا ومنه :

التمرين 3

وحدة قياس الطول هي الصنمتر .

يمثل الرسم هرمًا منتظمًا $SABCD$ ؛ O هو مركز القاعدة $ABCD$ و $AB=6$ و $SO=4$ المستقيم المار من O والموازي لـ (AB) يقطع (BC) في H.

أ- احسب OH ثم استنتج أن $SH=5$.

* في المثلث ABC المستقيم (OH) يوازي (AB) ويمر من O منتصف $[AC]$ فحتما سير من منتصف $[BC]$ ومنه H هو منتصف $[BC]$

$$\text{وبالتالي : } OH = \frac{AB}{2} = 3$$

** المثلث SOH قائم في O (لان $[SO]$ هو الارتفاع في هذا الهرم المنتظم

اذن سيعتمد مستوي القاعدة في مركزها O ومنه يعامد كل مستقيم من القاعدة ومار من O) فحسب بيناغور : $SH^2 = SO^2 + OH^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow SH = 5$

ب- لتكن I منتصف $[SH]$ لنبين ان $OI=2,5$.

المثلث SOH قائم في O والنقطة I منتصف الوتر $[SH]$ اذن $IS=IH=IO$ ومنه

$$OI = \frac{SH}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

2- لتكن K منتصف $[SB]$ ؛ لنحسب SB ثم نستنتج ان $OK = \frac{\sqrt{34}}{2}$.

* $[SB]$ هو حرف جانبي في هرم منتظم ومنه :

$$SB = \sqrt{SO^2 + OB^2} = \sqrt{4^2 + (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{16 + 18} = \sqrt{34}$$

(لا بد من ملاحظة ان $OB = BD : 2 = 6\sqrt{2} : 2 = 3\sqrt{2}$)

* المثلث SOB قائم في O والنقطة K منتصف الوتر $[SB]$ اذن $KS=KB=KO$

$$OK = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

ومنه

3- احسب IK ثم بين ان المثلث OKI قائم:

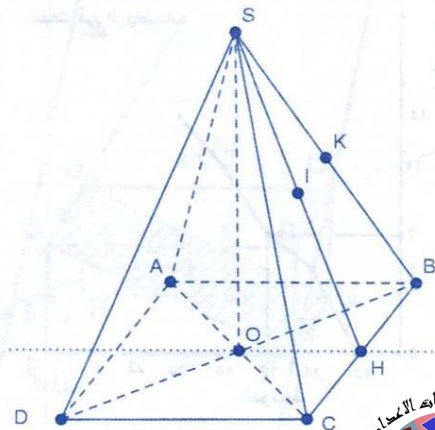
* في المثلث SBH نجد K منتصف $[SB]$ و I منتصف $[SH]$ اذن

$$\frac{IK}{OK} = \frac{BH}{SB} = \frac{2}{2} = 1,5$$

** في المثلث OKI نجد :

$$\left. \begin{aligned} OK^2 &= \left(\frac{\sqrt{34}}{2}\right)^2 = \frac{34}{4} = 8,5 \\ OI^2 &= 2,5^2 = 6,25 \\ IK^2 &= 1,5^2 = 2,25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 8,5 = 6,25 + 2,25 \Rightarrow OK^2 = OI^2 + IK^2$$

فحسب عكس بيناغور المثلث OKI قائم في I



اصلاح فرض المراقبة عدد 6 نموذج 3

التمرين 1

- (1) فرق مربعي عددين صحيحين متتابعين هو 137. لنبحث عن هذين العددين ؟
اذا كان العدد الصحيح الاول هو x فان $x+1$ هو العدد الذي يليه ومنه :
 $x^2 + 2x + 1 - x^2 = 137$ مما يؤدي الى $(x+1)^2 - x^2 = 137$
 $2x+1=137$ ومنه $2x=136$ أي $x=68$ ؛ لتأكد :
 $(69)^2 - (68)^2 = 4761 - 4624 = 137$

العدنان هما 68 و 69

الخلاصة :

(2) (ص)

(ب) (خ)

(3) لنحل في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية $-2 \leq \frac{|x|-5}{2} \leq 1$:

$$-2 \leq \frac{|x|-5}{2} \leq 1 \Rightarrow -4 \leq |x|-5 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq |x| \leq 7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x| \leq 7 \\ |x| \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7 \leq x \leq 7 \\ x \leq -1 \text{ أو } x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [-7; 7] \\ x \in]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[\end{cases}$$

$$x \in [-7; 7] \cap (]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[)$$

لنستعين بمستقيم مدرج للوصول الى $S_{\mathbb{R}}$:



الخلاصة : $S_{\mathbb{R}} = [-7; -1] \cup [1; 7]$

(4) لتكن العبارة $E = (3x-4)^2$ لنبحث عن حصر لـ E اذا كان $|x| \leq 1$:
لدينا :

$$|x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3x \leq 3 \Rightarrow -7 \leq 3x-4 \leq -1 \Rightarrow (-1)^2 \leq (3x-4)^2 \leq (-7)^2$$

$$1 \leq E \leq 49$$

التمرين 2

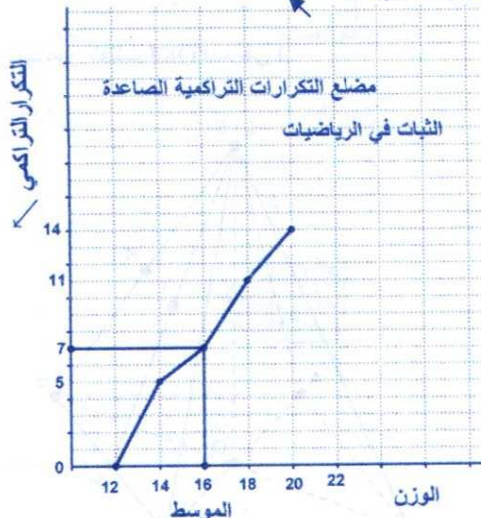
1. نقل الجدول ثم نكمله

وزن الكجة (غ)	[12;14[	[14;16[	[16;18[	[18;20[
مركز الفئة	13	15	17	19
التكرار	5	2	4	3
التكرار التراكمي	5	7	11	14

2. فئة المنوال هي [12;14[؛ ليكن Ma معدل الوزن في هذه السلسلة الاحصائية

$$Ma = \frac{5 \times 13 + 2 \times 15 + 4 \times 17 + 3 \times 19}{14} = 15,71$$

3. مضلع التكرارات التراكمية



4. احتمال ان تكون الكجة من ضمن اللتي وزنها اكبر من او يساوي 16 غ هو $\frac{4+3}{14} = 0,5$

النقاط J و O و I على نفس الإستقامة (3)

(2) * بين ان O منتصف [IJ] واحسب IJ

$$\text{لدينا } OJ = \frac{BB'}{2} \text{ و } OI = \frac{BB'}{2} \text{ اذن } OI = OJ \text{ (4)}$$

ينتج عن (3) و (4) ان O منتصف [IJ]

$$\text{لدينا } IJ = 2OJ = 2 \cdot \frac{BB'}{2} = BB' = 6 \text{ ومنه } IJ = 6$$

(3) نفترض : $BC = AB = 4\sqrt{3}$ ؛ لنحسب AC' :
هذا الجسم هو متوازي المستطيلات و AC' هو قطر فيه ومنه :

$$AC' = \sqrt{6^2 + (4\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 + 48 + 48} = \sqrt{132} = 2\sqrt{33}$$

(4) نبرهن ان $(AC) \perp (IJ)$ ونستنتج ان $(AC) \perp (BDD')$:

* في المستوي القطري (ACC') نجد O تبعد نفس البعد عن

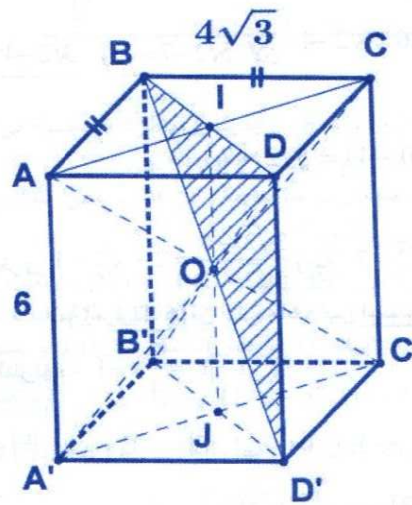
جميع رؤوس الجسم لانها مركزه ومنه $OA = OC$ ونعلم ان $IA = IC$ فحتما

(OI) هو الموسط العمودي لـ $[AC]$ ومنه $(AC) \perp (IJ)$

** $(AC) \perp (IJ)$ و $(AC) \perp (BD)$ (قطران في مربع) ولدينا المستقيمان

(IJ) و (BD) محتويان في نفس المستوي (BDD') ويتقاطعان في I

الخلاصة : $(AC) \perp (BDD')$ في I



التمرين 3

(1) نبين انه اذا كان $2x^2 + y^2 + 1 = 2xy - 2x$ فان $(x-y)^2 = -(x+1)^2$:

$$2x^2 + y^2 + 1 = 2xy - 2x \Rightarrow x^2 + x^2 + y^2 + 1 = 2xy - 2x \Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = -x^2 - 2x - 1$$

$$\Rightarrow (x-y)^2 = -(x^2 + 2x + 1)$$

$$(x-y)^2 = -(x+1)^2$$

الخلاصة :

$y = -1$ و $x = -2$ (3)	$y = -1$ و $x = -1$ ✓(2)	$y = -1$ و $x = 2$ (1)
----------------------------	-----------------------------	---------------------------

الحل الوحيد هو (2) لان في المساواة $(x-y)^2 = -(x+1)^2$

نعلم ان $(x-y)^2$ موجب ولكن $-(x+1)^2$ سالب ومنه : اذا كان

$(x-y)^2 = -(x+1)^2$ فان $(x-y)^2 = 0$ و $-(x+1)^2 = 0$ ولذا : $x = -1$ و $x = y$

اي $y = -1$

(2) AEFG هو هرم منتظم قاعدته EFG ؛ المسقط العمودي للرأس A على

(EFG) هو :

مركز ثقل EFG	✓	المركز القائم لـ EFG	✓	منتصف [EF]
--------------	---	----------------------	---	------------

المبرر: في المثلث المتقايس الاضلاع مركز الثقل والمركز القائم يتطابقان



اصلاح فرض المراقبة عدد 6 نموذج 5

التمرين 1 :

أكتب علامة ✓ تحت الاجابة الصحيحة:

.....									
	✓				✓	✓			

التمرين 2 :

لتكن العبارة : $E = (9-x)(3+x) - 6x - 2x^2$

(1) أ- لنبين أن $E = 3(3-x)(3+x)$

$$E = (9-x)(3+x) - 6x - 2x^2 = (9-x)(3+x) - 2x(3+x) \\ = (3+x)(9-x-2x) = (9-3x)(3+x) = 3(3-x)(3+x)$$

ومنه : $E = 3(3-x)(3+x)$

ب- لنحل في $\mathbb{R}$: $(9-x)(3+x) = 6x + 2x^2$

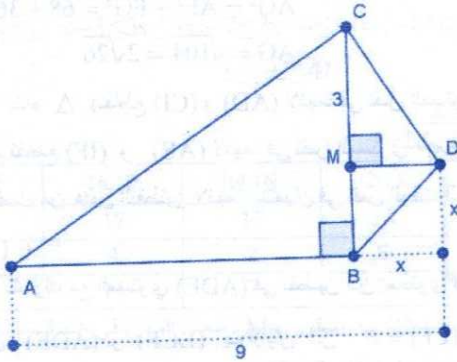
$$(9-x)(3+x) = 6x + 2x^2 \Rightarrow (9-x)(3+x) - 6x - 2x^2 = 0$$

$$\Rightarrow E = 0 \Rightarrow 3(3-x)(3+x) = 0$$

يعني : $3-x = 0$ او $3+x = 0$ يعني $x = 3$ او $x = -3$ ومنه

$$S_{\mathbb{R}} = \{-3; 3\}$$

(2) نتأمل الشكل المقابل حيث ABC مثلث قائم في B و $M \in [BC]$



أ- أكتب بدلالة x قيس مساحة المثلث ABC (علما ان $x \in]0; 3[$ موجب).

$$\text{لتكن } a = \frac{(9-x)(3+x)}{2} \text{ قيس مساحة المثلث ABC ؛ ومنه : } a = \frac{(9-x)(3+x)}{2}$$

ب- أكتب بدلالة x قيس مساحة المثلث BDC

$$\text{لتكن } a' = \frac{x(3+x)}{2} \text{ قيس مساحة المثلث BDC ؛ ومنه : } a' = \frac{x(3+x)}{2}$$

ج- حدد موقع النقطة M من [BC] لكي تكون مساحة المثلث BDC مساوية لنصف مساحة المثلث ABC.

يتحقق هذا الشرط اي $a' = a/2$ عندما :

$$\text{او } \frac{x(3+x)}{2} = \frac{(9-x)(3+x)}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{x(3+x)}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{(9-x)(3+x)}{2} \times \frac{1}{2} \Rightarrow 2x(3+x) = (9-x)(3+x) \\ \Rightarrow (9-x)(3+x) = 2x^2 + 6x$$

(2) احتمال الحصول على مجموع سالب قطعاً هو 10/25 او 0,4

(3) احتمال الحصول على مجموع موجب قطعاً هو 10/25 او 0,4

(4) احتمال الحصول على مجموع منعدم هو $1-(0,4+0,4)=0,2$

التمرين 3 :

أ- أكتب في صورة مجال كلاً من المجموعتين :

$$I = \{x \in \mathbb{R}; -1 \leq x \leq 3\} = [-1; 3] \text{ و}$$

$$J = \{x \in \mathbb{R}; 1 < x \leq 5\} =]1; 5]$$

ب. أوجد : $I \cup J = [-1; 5]$ و $I \cap J =]1; 3]$

(2) أكتب في صورة مجال كلاً من المجموعتين

$$K = \{x \in \mathbb{R}; |x| > 5\} =]-\infty; -5[\text{ و}$$

$$L = \{x \in \mathbb{R}; |x+1| \leq 2\} = [0; 1]$$

التمرين 4 :

(1) أبمان أن $(DF) \perp (AD)$ (الوجه الجانبي لموشور قائم مستطيلات) و

$(DF) \perp (DE)$ (DEF قائم في D) ونعلم ان المستقيمين (AD)

و (DE) محتويان في المستوي (ABD) ويتقاطعان في D فحتما

$(DF) \perp (ABD)$ في D

ب- بنفس الطريقة نبين ان $(DA) \perp (ABC)$ في A وبما ان (AO)

محتوى في (ABC) ويمر من A فحتما $(DA) \perp (AO)$

(2) نجد في المثلثين OAD و OCF :

$\widehat{DAO} = \widehat{OCF} = 90^\circ$	$AD = CF$	$OA = OC$
$(DA) \perp (AO)$ و الوجه الجانبي لموشور قائم مستطيلات	ضلعان متقابلان في مستطيل	لان O منتصف الوتر في المثلث القائم ABC

فحسب الحالة الثانية من تقايس المثلثات العامة ينتج عن ذلك تقايس العناصر
النظيرة وخاصة : $OF = OD$ فالمثلث ODF متقايس الضلعين في O

ومنه $(OI) \perp (DF)$ لان في المثلث المتقايس الضلعين المتوسط الصادر من

القمة الرئيسية يطابق الارتفاع الموافق للقاعدة

(3) في المثلث DEF نجد I منتصف $[DF]$ و J منتصف $[EF]$ فحتما

$(IJ) \parallel (DE)$ الا ان $(DF) \perp (DE)$ فحتما $(DF) \perp (IJ)$

(4) اثبت ان $(DF) \perp (IJ)$ و ان $(DF) \perp (OI)$ الا ان المستقيمان (OI) و

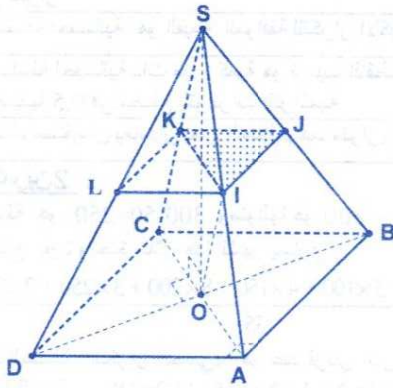
(IJ) محتويان في المستوي (OIJ) ويتقاطعان في I فحتما $(DF) \perp (OIJ)$

(5) المستويان (ABD) و (OIJ) يتوازيان لانهما يعامدان نفس المستقيم $[DF]$



• التمرين 4 :

تجد أسفله هرمًا منتظمًا SABCD حيث $AB = 4\sqrt{2}$ و $SO = 3$ النقطة I و J و K و L هي منتصفات [SA] و [SB] و [SC] و [SD] على التوالي.



1. (IJ) يوازي (AB) و $IJ = \frac{AB}{2}$ لأن في المثلث SAB نجد I منتصف [SA] و J منتصف [SB] و $KL = \frac{CD}{2}$ لأن في المثلث SCD نجد L منتصف [SD] و K منتصف [SC]

الآن (AB) // (CD) فحتمًا (IJ) // (KL) ومنه (IJ) و (KL) مستقيمان في نفس المستوي ومن ناحية أخرى نعلم أن $AB = CD$ ومنه $IJ = KL$

2. لدينا $IJ = JK$ (1) لأن $IJ = \frac{AB}{2}$ و $JK = \frac{BC}{2}$ و $AB = BC$ ومن ناحية ثانية لدينا :

$$\left. \begin{aligned} IJ^2 &= \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8 \\ JK^2 &= \left(\frac{CB}{2}\right)^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8 \\ IK^2 &= \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = \left(\frac{4\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{2}\right)^2 = 16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 16 = 8 + 8$$

$IK^2 = JK^2 + IJ^2$ فحسب عكس بيتاغور المثلث IJK قائم في J (2) ينتج عن (1) و (2) أن المثلث IJK قائم ومتقايس الضلعين .

(3) نجد في الرباعي IJKL جميع الاضلاع متقايسة ($IJ = JK = KL = IK = 2\sqrt{2}$) فهو معين وفيه زاوية قائمة ($\hat{IJK} = 90^\circ$) فهو مربع

(4) الحرف [SA] هو جانبي في هرم منتظم طول ارتفاعه $SO = 3$ وشعاعه $OA = \frac{4\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{2} = 4$ وبالتالي $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

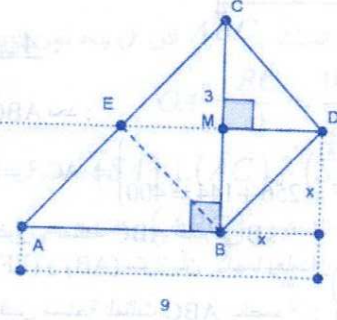
ومنه: $OI = \frac{SA}{2} = 2,5$ لأن في المثلث القائم منتصف الوتر يبعد نفس البعد عن الرؤوس الثلاث

(5) * لنبين أن (OS) يعامد (IK) : المستقيمان (IK) و (OS) في نفس المستوي (SAC) ثم لدينا : $SI = SK = \frac{SA}{2}$ (3) و $OI = \frac{SA}{2}$ و $OK = \frac{SC}{2}$

(لأن في المثلث القائم منتصف الوتر يبعد نفس البعد عن الرؤوس الثلاث والمثلثات SOA و SOC قائمتان) ومنه $OK = OI$ (4) ينتج عن (3) و (4) أن

(OS) هو المتوسط العمودي لـ [IK] الخلاصة : (OS) يعامد (IK) .
** في المثلث SAC لدينا I منتصف [SA] و K منتصف [SC] إذن (IK) يوازي (AC) الآن (SO) يعامد (AC) فحتمًا : (OS) يعامد (IK)

لقد تم حل هذه المعادلة في (1) ب- فوجدنا $x = 3$ لأن x موجب أي $MB = 3$ إلا أن $MC = 3$ وبالتالي M منتصف [BC] (3) لنبين أنه في حالة $x = 3$ يكون الرباعي BDCE مربع.



في المثلث ABC نجد (MD) يوازي (AB) ويمر من M منتصف [BC] فحتمًا سيقطع [AC] في المنتصف ومنه $ME = \frac{AB}{2} = \frac{9-3}{2} = 3$ ونعلم أن $MD = 3$ ومنه M منتصف [DE] علما أن M منتصف [BC] فالرباعي BDCE متوازي الاضلاع ؛ ونعلم أن قطراه يتعامدان فهو معين ؛ المثلث MBD متقايس الضلعين و قائم في M إذن $\angle MDB = \angle MBD = 45^\circ$ ونفس السبب نجد $\angle MDC = 45^\circ$ ومنه $\angle BDC = \angle BDM + \angle MDC = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ لأنهما زاويتان متجاورتان ؛ المعين BDCE له زاوية قائمة فهو مربع .

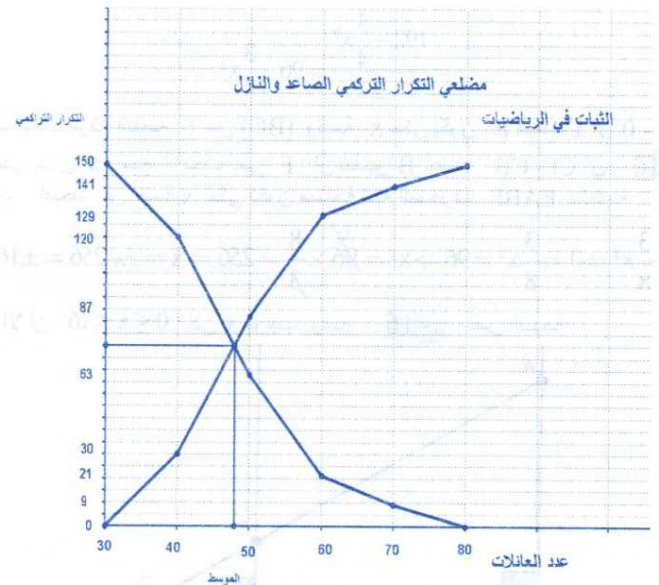
• التمرين 3 :

يبرز الجدول التالي توزيع 150 عائلة من حي سكني حسب الاستهلاك الشهري للماء :

كمية الماء بالمتر المكعب	[30;40]	[40;50]	[50;60]	[60;70]	[70;80]
مركز الفئة	35	45	55	65	75
عدد العائلات	30	57	42	12	9
التكرار التراكمي الصاعد	30	87	129	141	150
التكرار التراكمي النازل	150	120	63	21	9

(1) الجدول (2) مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة و النازلة .
(3) لو ننظر الى الرسم فاصلة نقطة التقاطع تساوي تقريبا 48 إذن متوسط هذه السلسلة هو $Me = 48$
(4) ليكن Ma ذلك المعدل ؛ ومنه :

$$Ma = \frac{30 \times 35 + 57 \times 45 + 42 \times 55 + 12 \times 65 + 9 \times 75}{150} = 49,2$$



التمرين 1 :

أكتب علامة ✓ أمام الاجابة الصحيحة:

مدرسة احصائية ذات ميزة كمية هو الفرق بين اكبر واصغر تكرار	
منوال سلسلة احصائية هو القيمة الموافقة للتكرار الاكبر	✓
موسط سلسلة احصائية ذات ميزة كمية هو ترتيب النقطة التي فاصلتها 0.5 في مضلع التواترات التراكمية	
في الفضاء مستقيمان يعامدان نفس المستقيم هما متوازيان	

التمرين 2 :

(1) مدى السلسلة هو 300-50=250 ومنوالها هو 200

(2) * معدل انتاج بقرة واحدة خلال هذا الشهر يساوي :

$$Ma = \frac{6 \times 50 + 7 \times 75 + 5 \times 100 + 4 \times 150 + 8 \times 200 + 3 \times 250 + 2 \times 300}{35} = 139,28$$

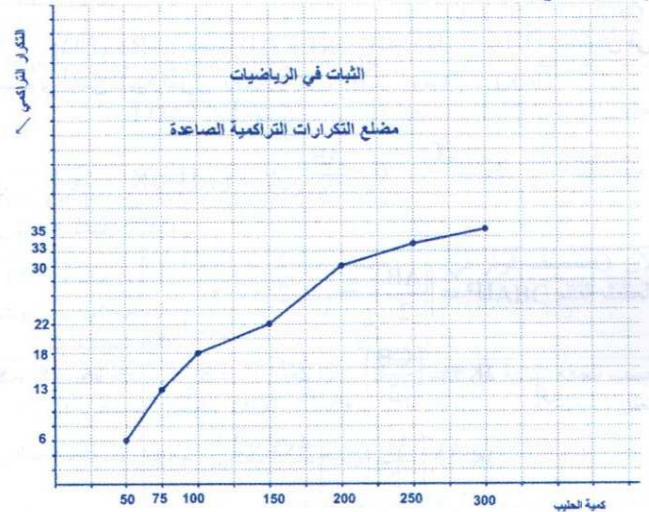
*موسط هذه السلسلة : التكرار الجملي N هو عدد فردي اذن نبحث عن كمية

الحليب الموافقة للترتبة $(N+1)/2 = (35+1)/2 = 18$ فنجد $Me = 100$ litres

(3) الجدول:

300	250	200	150	100	75	50	كمية الحليب بالتر
2	3	8	4	5	7	6	عدد البقرات
35	33	30	22	18	13	6	التكرار التراكمي الصاعد
100%	94.28 %	85.71 %	62.85 %	51.42 %	37.14 %	17.14 %	التواتر التراكمي الصاعد %

(4) نرسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة



(5) موسط هذه السلسلة هو فاصلة النقطة المنتمية الى هذا المضلع والتي ترتيبها

2: (35+1) وهذه الفاصلة تساوي 100

التمرين 3 :

(1) لنبحث عن المجال المنتمي اليه h طول ارتفاع مثلث ABC متقايس الاضلاع

$$\begin{cases} h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ و} \\ a \in [1; 2\sqrt{3}] \Rightarrow 1 \leq a \leq 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \leq \frac{\sqrt{3}}{2} a \leq 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \leq h \leq 3$$

طول ضلعه a:

(2) استنتج حصرا لـ A قيس مساحة ذلك المثلث

$$a = \frac{a \times h}{2}$$

$$1 \leq a \leq 2\sqrt{3} \Rightarrow 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \leq a \cdot h \leq 2\sqrt{3} \times 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \leq a \leq \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 3$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \leq a \leq 3\sqrt{3}$$

اي

(3) نعتبر مثلثا EFG مكبرا لـ ABC بمترتين؛ اذا كان عامل التكبير يساوي 2 لنبحث عن حصر لـ 'a' قيس مساحة EFG :

اذا كان عامل التناسب في الطول يساوي 2 فان عامل التناسب في المساحة يساوي

$$\sqrt{3} \leq a' \leq 12\sqrt{3} \quad \text{ومنه} \quad 2^2 = 4 \quad 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \leq a' \leq 4 \times 3\sqrt{3}$$

التمرين 4 :

الجزء الأول :

(1) في المثلث ABC نجد :

$$\begin{aligned} 20^2 &= 400 \\ 16^2 + 12^2 &= 256 + 144 = 400 \end{aligned} \Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2$$

فحسب عكس بيتاغور المثلث ABC قائم في B .

(2) المستقيمان (EF) و (AB) متوازيان لانهما يعامدان نفس المستقيم

(3) لنحسب 'a' قيس مساحة المثلث ABC بالصم 2 : $a = (16 \times 12) / 2 = 96$

الجزء الثاني :

لتكن F نقطة من [BC] حيث : CF = 4 .

اثبت ان EF = 3 .

في المثلث ABC نجد (EF) يوازي (AB) بحيث $E \in [AC]$ و $F \in [BC]$ فحسب

$$\frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{4}{16} = \frac{EF}{12} \Rightarrow EF = \frac{4 \times 12}{16} = 3$$

$$a = \frac{BC \times EF}{2} = \frac{16 \times 3}{2} = 24 \quad \text{لنحسب a مساحة المثلث EBC}$$

الجزء الثالث :

لتكن F نقطة من [BC] تختلف عن B و C . نضع CF = x حيث : $0 \leq x \leq 16$

$$(1) \text{ أ- في المثلث ABC : } \frac{CF}{CB} = \frac{EF}{AB} \text{ اي}$$

$$\frac{x}{16} = \frac{EF}{12} \Rightarrow EF = \frac{12}{16} x \Rightarrow EF = \frac{3}{4} x$$

ب- اثبت ان مساحة المثلث EBC تساوي 6x .

لتكن 'a' مساحة المثلث EBC فستكتب كالاتي

$$a = \frac{BC \times EF}{2} = \frac{16 \times \frac{3}{4} x}{2} = 6x$$

(2) أ-

$$a' = \frac{BF \times (AB + EF)}{2} = \frac{(16 - x) \left(12 + \frac{3}{4} x \right)}{2} = \frac{192 + 12x - 12x - \frac{3}{4} x^2}{2}$$

$$= \frac{192 - \frac{3}{4} x^2}{2} = 96 - \frac{3}{8} x^2$$

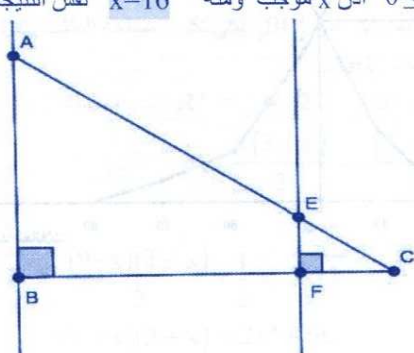
ب- نحدد موقع النقطة F من [BC] وقيمة x حتى يكون 'a' منعدما (اي $a' = 0$)

حتى يكون 'a' منعدما يجب على F ان تطابق B عندئذ CF=CB اي $x=16$

ج- لنبحث عن قيمة x حتى تكون مساحة شبه المنحرف EABF منعدمة

$$96 - \frac{3}{8} x^2 = 0 \Rightarrow \frac{3}{8} x^2 = 96 \Rightarrow x^2 = 96 \times \frac{8}{3} = 256 \Rightarrow x = \pm \sqrt{256} = \pm 16$$

الا ان $0 \leq x \leq 16$ اذن x موجب ومنه $x=16$ نفس النتيجة



التمرين 5 :

1. * المثلث ABC قائم الزاوية في A فحسب بيتاغور

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\Rightarrow \boxed{BC = 10}$$

* O منتصف الوتر في المثلث ABC إذن O يبعد نفس البعد عن الرؤوس

$$OA = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = \boxed{5}$$

2. $\perp$ (الثلث ومنه $OA = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5$)

2. $\perp$ (الثلث ومنه $OA = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5$)

ب. * ينتج مما سبق ان $(SA) \perp (AO)$ لان $(SA) \perp (AO)$ لان $(AO) \subset (ABC)$ ويمر من A ومنه المثلث SAO قائم الزاوية في A

* لنحسب SO : المثلث SAO قائم الزاوية في A فحسب بيتاغور

$$SO^2 = OA^2 + SA^2 = 5^2 + (2\sqrt{6})^2 = 25 + 24 = 49$$

3. أ. في المثلث SAB نجد I منتصف $[SA]$ و J منتصف $[SB]$ إذن

$(IJ) \parallel (AB)$ ونعلم ان $(SA) \perp (AB)$ إذن $(SA) \perp (IJ)$ وب نفس الطريقة نبين ان $(SA) \perp (IK)$

ب. ينتج مما سبق ان $(SA) \perp (IJK)$ بما ان $(SA) \perp (IK)$ و

$(SA) \perp (IJ)$ و (IJ) و (IK) محتويان في IJK ويتقاطعان في I

ج. المستويان (ABC) و (IJK) متوازيان لانهما يعامدان نفس المستقيم

زوروا موقع الكتاب على الواب :

<https://sites.google.com/site/lapotheme/>

او صفحته على الفايسبوك :

<https://www.facebook.com/gharbil127/>



التمرين 1 :

أكتب علامة ✓ في خانة الإجابة الصحيحة:

✓			
✓	✓	✓	
	✓		
✓			

التمرين 2 :

هـب العبارة E التالية :

I - 1) أ- لنحسب E اذا كان $x = \frac{-7}{6}$

$$E = 3x - 5 = 3\left(\frac{-7}{6}\right) - 5 = \frac{-7}{2} - 5 = -8,5$$

ب- $|E| = 1$ يعني $|3x - 5| = 1$ ومنه $\begin{cases} 3x - 5 = 1 \\ 3x - 5 = -1 \end{cases}$ مما يعطي

$$x = \frac{4}{3} \text{ او } x = 2$$

2) لتكن العبارة F :

انشر العبارة F :

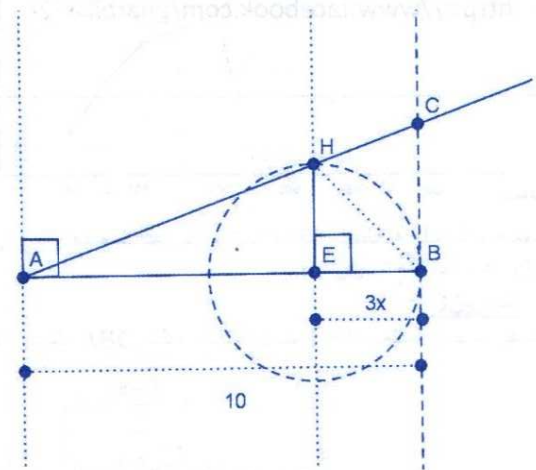
$$F = (3x - 5)^2 = (3x)^2 - 2 \times (3x) \times 5 + 5^2 = 9x^2 - 30x + 25$$

ب- احسب F اذا كان $x = \sqrt{2}$:

$$F = 9(\sqrt{2})^2 - 30\sqrt{2} + 25 = 43 - 30\sqrt{2}$$

ج- استنتج مقارنة بين 43 و $30\sqrt{2}$:

3) تأمل الشكل التالي : (وحدة قياس الطول هي الصم)
 $43 > 30\sqrt{2}$ لان دليل القوة زوجي ومنه $43 - 30\sqrt{2} = (3\sqrt{2} - 5)^2 > 0$



أ- لنبحث عن x حتى يكون A قيس مساحة المثلث AHE يساوي 12,5

$$\frac{(10 - 3x) \times 3x}{2} = 12,5 \text{ يعني } A = (AE \times HE)/2 = 12,5$$

$$(10 - 3x) \times 3x = 25 \Rightarrow 30x - 9x^2 - 25 = 0 \Rightarrow -(3x - 5)^2 = 0$$

او $(3x - 5)^2 = 0$ ان $(3x - 5) = 0$ مما يعطي $x = \frac{5}{3}$

ب- استنتج ان المثلث AHB متقايس الضلعين في تلك الحالة :

في هذه الحالة : $BE = 3 \times (5/3) = 5$ ومنه $AE = 10 - BE = 10 - 5 = 5$

وبالتالي E هو منتصف [AB] و (HE) هو المتوسط العمودي لـ [AB]
 الخلاصة : المثلث AHB متقايس الضلعين

II - 1) لتكن العبارة G التالية :

أ- برهن مفككا G الى جداء عوامل أن :

$$G = (3x - 5)^2 - (2x + 1)^2 = [(3x - 5) + (2x + 1)][(3x - 5) - (2x + 1)] = (5x - 4)(x - 6)$$

ب- ايجاد حصر للعبارة G اذا كان $x \in]1; 2[$

$x \in]1; 2[$ يعني $1 < x < 2$ ومنه $-5 < x - 6 < -4$ و $5 < 5x < 10$ اي

$1 < 5x - 4 < 6$ ؛ يجب ان نجعل جميع الاطراف موجبة

$$\begin{cases} 1 < 5x - 4 < 6 \\ -5 < x - 6 < -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 < 5x - 4 < 6 \\ 4 < -(x - 6) < 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 \times 4 < -(x - 6)(5x - 4) < 6 \times 5 \\ -5 < x - 6 < -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4 < -G < 30$$

$$-30 < G < -4$$

الخلاصة :

2) أ- برهن على ان :

$$G = (5x - 4)(x - 6) = 5x^2 - 30x - 4x + 24 = 5x^2 - 34x + 24$$

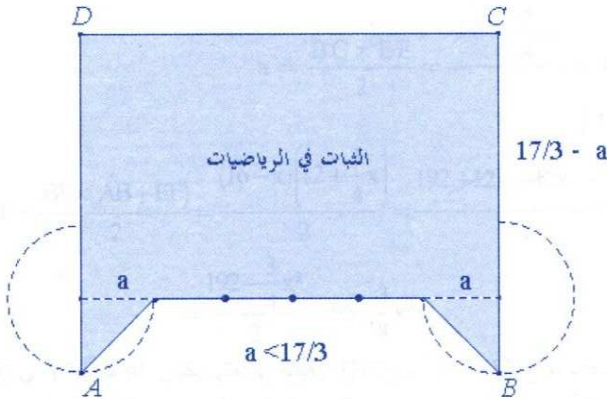
ب- لنحل في $\mathbb{R}$ المعادلة :

$$5x^2 - 34x + 24 = 0$$

$$5x^2 - 34x + 24 = 0 \Rightarrow (5x - 4)(x - 6) = 0 \Rightarrow x = 4/5 \text{ او } x = 6$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{4}{5}; 6 \right\} \text{ ومنه :}$$

ج- تأمل الشكل التالي : (وحدة قياس الطول هي الصم)



لنبحث عن a حتى تكون S قيس المساحة الملونة للمضلع AHKBCD مساوية لـ 24

$$S = \underbrace{\left(\frac{17}{3} - a\right)6a}_{\text{المساحة المثلثية}} + \underbrace{2 \times \frac{a^2}{2}}_{\text{المساحة المثلثية}} = 34a - 6a^2 + a^2 = 34a - 5a^2$$

$$34a - 5a^2 = 24 \text{ يعني } S = 24$$

$$5a^2 - 34a + 24 = 0 \text{ يعني}$$

يعني $a = 6$ او $a = 4/5$ من خلال ما سبق في 2) ب

الا ان $a = 6 > 17/3$ ملغى و $a = 4/5 < 17/3$ ومنه الحل المقبول

$$a = 4/5$$

هو



اصلاح الفروض الاولى عدد 3 نموذج 3

التمرين 1 :

ضع ✓ حذو الجواب السليم :

- (1) ب-مربع ✓
- (2) ب- $-2x - 2$ ✓
- (3) ج- $3/10$ ✓
- (4) ج- لا يتوازيان ✓
- (5) ج- مستقيم موازي لـ Δ' ✓

التمرين 2 :

(1) لدينا : $a = \sqrt{2^5} + \sqrt{28}$ و $b = 12\sqrt{\frac{22}{99}} - \frac{14}{\sqrt{7}}$

$$a = \sqrt{2^5} + \sqrt{28} = \sqrt{2^4} \times \sqrt{2} + \sqrt{4 \times 7} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$$

$$b = 12\sqrt{\frac{22}{99}} - \frac{14}{\sqrt{7}} = 12\sqrt{\frac{2 \times 11}{9 \times 11}} - \frac{14 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{12}{3} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{7}$$

$$b = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{7} \quad \text{و} \quad a = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$$

$$\frac{a \times b}{4} = 1 \quad \text{بنين ان}$$

$$\frac{a \times b}{4} = \frac{(4\sqrt{2} + 2\sqrt{7})(4\sqrt{2} - 2\sqrt{7})}{4} = \frac{(4\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{7})^2}{4} = \frac{32 - 28}{4} = 1$$

$$\frac{a}{4} = \frac{4\sqrt{2} + 2\sqrt{7}}{4} = \sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{7}$$

$$\frac{b^5}{(2^{-2}a)^{-5}} = 1 \quad \text{ج- نبهرن ان}$$

$$\frac{b^5}{(2^{-2}a)^{-5}} = b^5 \times (2^{-2}a)^5 = \left(ab \times \frac{1}{2^2}\right)^5 = \left(\frac{ab}{4}\right)^5 = 1^5 = 1$$

(2) أ- لدينا

$$\sqrt{10^5} = \sqrt{10^4 \times 10} = \sqrt{10^4} \times \sqrt{10} = \sqrt{(10^2)^2} \times \sqrt{10} = 100 \times \sqrt{10}$$

$$3.16 \leq \sqrt{10} \leq 3.17 \Rightarrow 316 \leq 100\sqrt{10} \leq 317$$

$$316 \leq \sqrt{10^5} \leq 317 \Rightarrow 316^2 \leq 10^5 \leq 317^2$$

هـ- يوجد $1 + 316 = 317$ عدد صحيح طبيعي مربعه اصغر من 10^5
لان من 0 الى 316 يوجد 317 عدد (يجب اضافة الصفر بما ان $0^2 < 10^5$)

التمرين 3 :

نعتبر : $A = x^2 + 2x - 3$ حيث x عدد حقيقي

1) أ- لنحسب A اذا كان $x = \sqrt{2} - 1$:

$$A = (\sqrt{2} - 1)^2 + 2(\sqrt{2} - 1) - 3 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2} - 2 - 3 = -2$$

$$A = x^2 + 2x - 3 = (x^2 + 2x + 1) - 4 = (x + 1)^2 - 4$$

تفكيكا أ-

$$A = (x + 1)^2 - 2^2 = [(x + 1) + 2][(x + 1) - 2] = (x + 3)(x - 1)$$

(*) لنحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A = 0$: $A = 0$ يعني $(x + 3)(x - 1) = 0$ يعني

$$S_{\mathbb{R}} = \{-3; 1\} \quad \text{ومنه} \quad x = -3 \quad \text{او} \quad x = 1$$

ج- لنحل المتراجحة $\sqrt{A + 4} \leq 3$ في $\mathbb{R}$:

$$\sqrt{A + 4} \leq 3 \Rightarrow \sqrt{(x + 1)^2 - 4 + 4} \leq 3 \Rightarrow \sqrt{(x + 1)^2} \leq 3 \Rightarrow |x + 1| \leq 3$$

التمرين 3 :

وحدة قياس الطول هي الصم

هذا هرم منتظم SEFG ارتفاعه [SO] وعمده [SH]

(1) لنحسب EH : EH هو ارتفاع في مثلث متقايس الاضلاع ومنه

$$EH = a \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,5\sqrt{3}$$

(2) * نعلم ان O هو مركز الدائرة المحيطة بالقاعدة EFG فهو مركز ثقله لان

$$EO = \frac{2}{3} EH = \frac{2}{3} \times 3 \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

** الجسم SEFG هو هرم منتظم و SE هو حرف جانبي ومنه

$$SE = \sqrt{EO^2 + SO^2} = \sqrt{3 + 6} = 3$$

*** المثلث SFG هو مثلث متقايس الاضلاع وعمده [SH] هو ارتفاع فيه ومنه

$$SH = a \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,5\sqrt{3}$$

(3) نبين ان (FG) يعامد (SEH) :

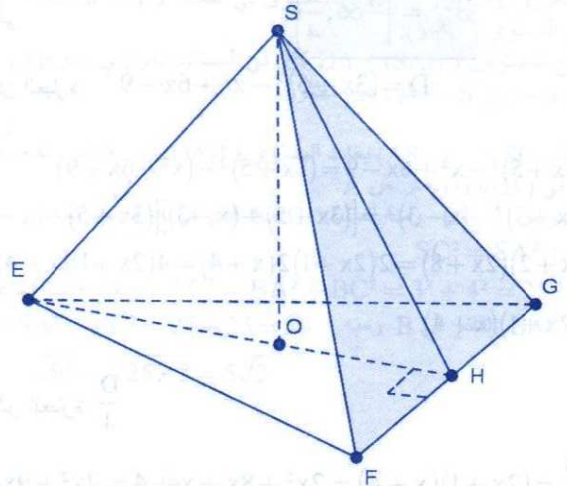
المستقيم (FG) يعامد كل من (EH) في H و (SH) في H

الا ان (EH) و (SH) محتويان في المستوي (SEH) و يتقاطعان في H وبالتالي (FG) يعامد (SEH).

(4) V قياس حجم الهرم باللتر :

$$V = (B \times h) / 3 = \frac{\frac{EH \times FG}{2} \times SO}{3} = \frac{2}{3} \approx 0,0031725$$

$$V \approx 0,0031725 \quad \text{باللتر}$$



$$-3 \leq x+1 \leq 3 \Rightarrow -4 \leq x \leq 2$$

وبالتالي

$$S_{\mathbb{R}} = [-4; 2]$$

(2)

$$|x| \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x+1 \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 \leq (x+1)^2 \leq \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \leq (x+1)^2 \leq \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} - 4 \leq (x+1)^2 - 4 \leq \frac{9}{4} - 4$$

$$\frac{-15}{4} \leq A \leq \frac{-7}{4}$$

وبالتالي :

• التمرين 4 :

ABCD هو مستطيل بحيث AB = 24 cm و BD = 26 cm .

(1) لنحسب AD .

المثلث ABD قائم في A فحسب بيثاغور

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 \Rightarrow AD^2 = BD^2 - AB^2 = 26^2 - 24^2 = 676 - 576 = 100$$

$$\Rightarrow AD = 10$$

(2) نفترض $BM = x$ ؛ لنكتب MN و BN بدلالة x .

في المثلث ABD نجد (MN) يوازي (AD) وحيث M نقطة من [AB] و N نقطة من [DB] فحسب طالس :

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BD} = \frac{MN}{AD} \Rightarrow \frac{x}{24} = \frac{BN}{26} = \frac{MN}{10}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} BN = \frac{26x}{24} = \frac{13}{12}x \\ MN = \frac{10x}{24} = \frac{5}{12}x \end{array} \right.$$

(3) أ- اين نضع M حتى يكون L محيط المثلث BMN مساويا لـ 30cm :

L = 30 يعني BM + MN + BN = 30 يعني

$$x + \frac{5}{12}x + \frac{13}{12}x = 30 \Rightarrow \frac{30}{12}x = 30 \Rightarrow x = 12$$

ب- لنبين في تلك الحالة ان A و N و C على نفس الاستقامة :

(BM = 12 و AB = 24 و M ∈ [AB] يعني M منتصف [AB])

ولذا : في المثلث ABD نجد (MN) يوازي (AD) وحيث M منتصف [AB]

فحسب N منتصف [DB] وبالتالي N منتصف [AC]

الخلاصة : A و N و C على نفس الاستقامة

(4) اين نضع M حتى يكون A مساحة المثلث BMN مساويا لـ 15cm²

$$A = \frac{BM \times MN}{2} = \frac{x \times \frac{5}{12}x}{2} = \frac{5}{24}x^2$$

$$\frac{5}{24}x^2 = 15$$

$$\Rightarrow x^2 = 15 \times \frac{24}{5} = 72$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{72} = \pm 6\sqrt{2}$$

يعني A = 15

$$x = 6\sqrt{2}$$

اصلاح الفروض الثاني عدد 3 نموذج 4

• التمرين 1 :

(1) - كون جدول التكرارات و التكرارات التراكمية الصاعدة

(2) - كون جدول التواترات و التواترات التراكمية الصاعدة.

الوزن بالكغ	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
عدد الاطفال	1	4	10	4	5	5	2	1
التكرار التراكمي الصاعد	1	5	15	19	24	29	31	32
التواتر	0.03125	0.125	0.3125	0.125	0.1562	0.1562	0.0625	0.03125
التواتر التراكمي الصاعد	0.03125	0.156	0.469	0.593	0.75	0.906	0.9685	1

(3) - احسب Ma المعدل الحسابي و Me متوسط هذه السلسلة الإحصائية .

$$Ma = \frac{1 \times 1,5 + 4 \times 2 + 10 \times 2,5 + 4 \times 3 + 5 \times 3,5 + 5 \times 4 + 2 \times 4,5 + 1 \times 5}{32} = 3,0625$$

لان Me = (3+3) : 2 = 3

$$(1,5); (2,5); (3,3); (3,5); \dots; (4,5); (4,5); \dots$$

(4) -نسبة المواليد الذين يقل وزنهم عن 4 kg هي 75 %

• التمرين 2 :

لتكن العبارة $C = 3x + 5$

$$C = 3(\sqrt{7} - 1) + 5 = 3\sqrt{7} - 3 + 5 = 3\sqrt{7} + 2 \quad \text{فان } x = \sqrt{7} - 1 \text{ اذا كان}$$

ب- لنحل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $C \geq 7x$

$$C \geq 7x \Rightarrow 3x + 5 \geq 7x \Rightarrow -4x \geq -5 \Rightarrow 4x \leq 5 \Rightarrow \frac{1}{4} \times 4x \leq 5 \times \frac{1}{4} \Rightarrow x \leq \frac{5}{4}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left] -\infty; \frac{5}{4} \right]$$

وبالتالي

(2) لتكن العبارة $D = (3x + 5)^2 - x^2 + 6x - 9$

الدينا :

$$D = (3x + 5)^2 - x^2 + 6x - 9 = (3x + 5)^2 - (x^2 - 6x + 9)$$

$$= (3x + 5)^2 - (x - 3)^2 = [(3x + 5) + (x - 3)][(3x + 5) - (x - 3)]$$

$$= (4x + 2)(2x + 8) = 2(2x + 1)2(x + 4) = 4(2x + 1)(x + 4)$$

$$\frac{D}{4} = (2x + 1)(x + 4)$$

ب- لننشر العبارة $\frac{D}{4}$

$$\frac{D}{4} = (2x + 1)(x + 4) = 2x^2 + 8x + x + 4 = 2x^2 + 9x + 4$$

لنحل في $\mathbb{R}$ المعادلة :

$$2x^2 + 9x + 4 = (x + 4) \Rightarrow 2x^2 + 8x = 0 \Rightarrow 2x(x + 4) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \quad \text{او} \quad x = -4 \Rightarrow S_{\mathbb{R}} = \{-4; 0\}$$

$$2x^2 + 9x + 4 = x + 4 \Rightarrow (2x + 1)(x + 4) = (x + 4)$$

$$\Rightarrow (2x + 1)(x + 4) - (x + 4) = 0 \Rightarrow (x + 4)[(2x + 1) - 1] = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x + 4) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{او} \quad x = -4 \Rightarrow S_{\mathbb{R}} = \{-4; 0\}$$

ج- A قيس مساحة المستطيل ABCD معبر عنها بدلالة x حيث x عدد حقيقي ؛
لنبحث عن x حتى تكون A مساوية لـ 4

$\mathcal{A} = 4$ يعني $(2x+1)(x+4) = 4$ اي

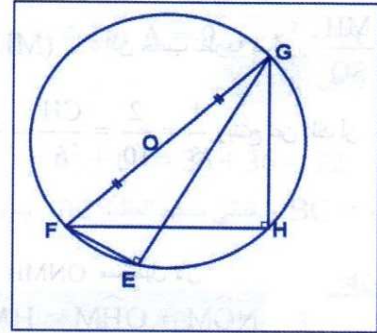
$$2x^2 + 9x + 4 = 0 \text{ او } 2x^2 + 9x = 0 \text{ يعني } x(2x+9) = 0 \text{ انن}$$

$x=0$ مقبول او $x=-4,5$ ملغى لانه يجعل من الاطوال سالبة
الخلاصة: $x=0$ لان $x=-4,5$ تجعل من ابعاد المستطيل قيم سالبة

• **التمرين 3:** وحدة قياس الطول هي الصم

نعتبر الشكل المصاحب بحيث EFG و FGH مثلثان قائما الزاوية على التوالي في
E و H و GF=12 . علل صحة هذه الجمل :

الجملة	التعليل
OE=OF=OG	في المثلث القائم منتصف الوتر يبعد نفس البعد عن رؤوسه الثلاث
EOH مثلث متقايس الضلعين	OH=OF=OG نفس السبب ومنه OH=OE
شعاع الدائرة المحيطة بـ FGH و EFG يساوي 6 صم	O منتصف الوتر اذن OF=EG :2=6



التمرين 4 :

(1) المستقيم (AD) يعامد كل من (AB) و (AS) المحتويان في المستوي
(SAB) والمتقاطعان في A فحتما (AD) سيعامد المستوي (SAB) .

(2) المستقيم (AD) يوازي (CB) المحتوي في المستوي (SCB) فحتما (AD)
سيوازي المستوي (SCB) .

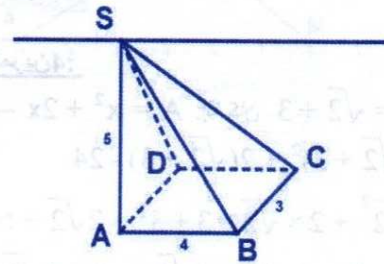
(3) تقاطع المستويين (SAB) و (SCD) في المستقيم الموازي لـ (AB) او
(CD) والمار من S -التعليل غير مطلوب

(4) لنحسب SC : (AS) يعامد المستوي (DAB) في A اذن يعامد كل مستقيم
محتوي في (DAB) و مار من A
وبالخصوص (AC) ومنه المثلث SAC قائم في A فحسب بيثاغور :

$$SC^2 = SA^2 + AC^2$$

الا ان $AC^2 = BA^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ وذلك حسب بيثاغور في
المثلث BAC القائم في B ومنه : $SC^2 = SA^2 + AC^2 = 25 + 25 = 50$

$$SC = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$



زوروا موقع الكتاب على الواب :

<https://sites.google.com/site/lapotheme/>

او صفحته على الفايسبوك :

<https://www.facebook.com/gharbika12/>



التمرين 1:

ضع علامة (x) أمام الإجابة الصحيحة

- 1) نعتبر $x \in \mathbb{R}$ بحيث $x > 1$ لدينا : ب. $\frac{1}{x} \in]0; 1[$
- 2) لو اخترنا بصفة عشوائية حرف في مكعب ABCDEFGH يكون احتمال تعامده مع المستوي (ABC) مساو لـ : أ. $\frac{1}{3}$
- 3) إذا كان ABC مثلثًا قائمًا في A بحيث $AB = 1$ و $AC = \sqrt{3}$ و $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن : أ. [AH] هو ارتفاعه الصادر من A
- 4) إذا كانت S مساحة مثلث EFG و M نقطة من [FG] و S_1 مساحة EFM فإن : $\frac{S_1}{S} = \frac{MF}{FG}$

التمرين 2:

التوقيت (دق)	[10; 12[	[12; 14[	[14; 16[	[16; 18[	[18; 20[	المجموع
عدد التلاميذ	24	36	40	32	28	160
التكرار التراكمي	24	60	100	132	160	////

فئة المنوال: [14 ; 16]

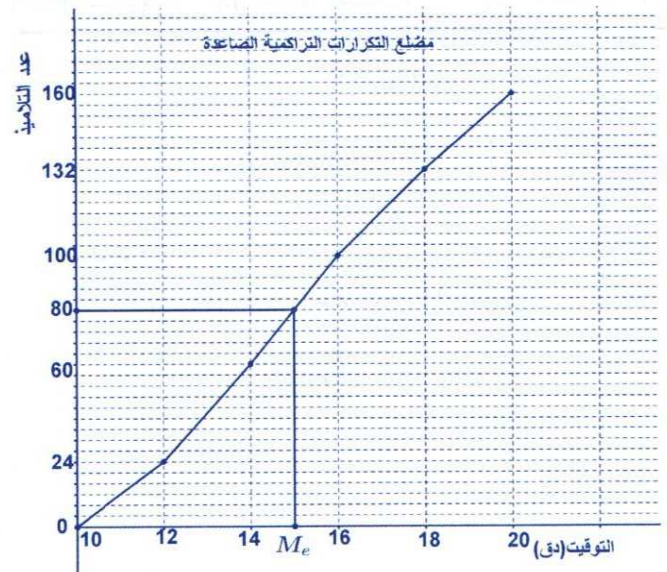
المدى: 20-10=10

المعدل الحسابي:

$$Ma = \frac{24 \times 11 + 36 \times 13 + 40 \times 15 + 32 \times 17 + 28 \times 19}{160} = 15,5$$

الموسط هو $M_e = 15$

- احتمال أنه يقطع المسافة في أكثر من 16 دق هو $\frac{32 + 28}{160} = \frac{3}{8}$



التمرين 3:

1) [AC] قطر المربع ABCD إذن

$$AC = AB\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 6 \times 2 = 12$$

$$OC = \frac{AC}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

بما أن O مركز المربع ABCD وبالتالي

2) لدينا (OC) $\subset$ (ABC) و (SO) $\perp$ (ABC) فينتج عن ذلك أن المثلث SOC قائم في O وبالتالي حسب نظرية

$$SC^2 = SO^2 + OC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

$$SC = \sqrt{100} = 10$$

إذن

3) لدينا (SO) $\perp$ (OC) و (MH) $\perp$ (OC) إذن

$$(MH) \parallel (OS)$$

في المثلث SOC لدينا : $M \in (CS)$ و $H \in (CO)$ و

$$\frac{CM}{CS} = \frac{CH}{CO} = \frac{MH}{SO}$$

إذن حسب نظرية طاليس: (MH) $\parallel$ (OC)

$$CH = \frac{6}{5}$$

وبالتالي $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{CH}{6} = \frac{MH}{8}$ وينتج عن ذلك أن

$$MH = \frac{8}{5}$$

ب - الرباعي ONMH مستطيل لأن

$$\widehat{NOM} = \widehat{OHM} = \widehat{HMN} = 90^\circ$$

مثلث BCD لدينا G هي نقطة تقاطع الموسطين [DI] و [CO] إذن G

$$OG = \frac{1}{3} OC = \frac{1}{3} \times 6 = 2$$

ب - هي مركز ثقله.

5) في المعين (O, C, S): $x_H = \frac{4}{5}$ لأن $\frac{OH}{OC} = \frac{4}{5}$ و $x_H \in \mathbb{R}_+$

$y_H = 0$ لأن $H \in (OC)$ يعني $H(\frac{4}{5}; 0)$

$x_G = \frac{1}{3}$ لأن $\frac{OG}{OC} = \frac{1}{3}$ و $x_G \in \mathbb{R}_+$ و $y_G = 0$ لأن

$G \in (OC)$ يعني $G(\frac{1}{3}; 0)$ لأن $x_M = x_H = \frac{4}{5}$

و (MH) $\parallel$ (OS) و $y_H = \frac{1}{5}$ لأن $\frac{CM}{CS} = \frac{1}{5}$ و $y_M \in \mathbb{R}_+$

$$M(\frac{4}{5}; \frac{1}{5})$$

يعني

التمرين 4:

1) $A = x^2 + 2x - 24$ إذا كان $x = \sqrt{2} + 3$ فإن

$$A = (\sqrt{2} + 3)^2 + 2(\sqrt{2} + 3) - 24$$

$$A = \sqrt{2}^2 + 2 \times \sqrt{2} \times 3 + 3^2 + 2\sqrt{2} + 6 - 24$$

$$A = 2 + 9 + 6 - 24 + 6\sqrt{2} = -7 + 6\sqrt{2}$$

2) $A < x^2$ يعني $x^2 + 2x - 24 < x^2$ يعني $2x < 24$ يعني

$$S_{\mathbb{R}} =]-\infty; 12[$$

ومنه $x < 12$



• الفرض التاليفي الموحد – ماي 2018

<https://goo.gl/YVP74Y>

• رابط الاصلاح المقترح من " الثبات ":

<https://goo.gl/FdzHhi>

$$(x+1)^2 - 25 = x^2 + 2x + 1 - 25 = x^2 + 2x - 24 = A \quad (3)$$

$$-25 = (x+1)^2 - 5^2 = (x+1-5)(x+1+5) = (x-4)(x+6)$$

$$A = 0 \text{ يعني } (x-4)(x+6) = 0 \text{ يعني } x-4 = 0 \text{ أو } x+6 = 0$$

$$\text{يعني } x = 4 \text{ أو } x = -6 \text{ وبالتالي } S_{\mathbb{R}} = \{-6; 4\}$$

$$(4) \quad x \in [-1; 2] \text{ يعني } -1 \leq x \leq 2 \text{ ؛ لدينا } -1 \leq x \leq 2$$

$$\text{إذن } -2 \leq x-4 \leq -5 \text{ يعني } -5 \leq x-4 \leq 2 \text{ ؛ ولدينا}$$

$$-1 \leq x \leq 2 \text{ إذن } 5 \leq x+6 \leq 8 \text{ وبالتالي}$$

$$-40 \leq A \leq -10 \text{ وينتج عن ذلك: } 10 \leq -(x-4)(x+6) \leq 40$$

(5) في المثلث ABC لدينا : $E \in (AB)$ و $F \in (BC)$ و $(EF) \parallel (BC)$

$$\text{إذن حسب نظرية طالس: } \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \text{ وبالتالي } \frac{x}{6} = \frac{4}{x+2}$$

$$\text{وينتج عن ذلك أن } x(x+2) = 4 \times 6 \text{ يعني } x^2 + 2x = 24$$

$$\text{يعني } x^2 + 2x - 24 = 0 \text{ يعني } A = 0 \text{ يعني } x = 4 \text{ أو } x = -6$$

$$\text{وبما أن } x \in \mathbb{R}_+ \text{ فإن } x = 4$$

$$* \text{ حساب } BC: BC^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72 \text{ إذن } BC = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ وبالتالي محيط المثلث ABC يساوي: } 12 + 6\sqrt{2}$$

• التمرين 4:

$$(ج) \quad \frac{AM}{4} = \frac{MB}{2} = \frac{AB}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \text{ ومنه}$$

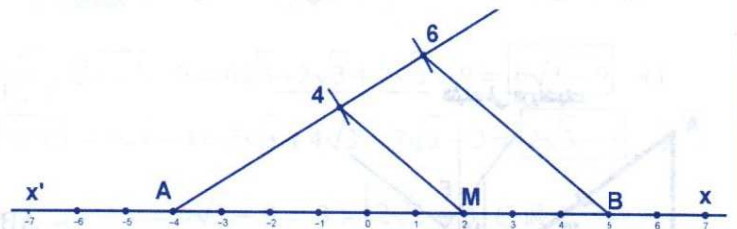
$$(ب) \quad AB = |x_B - x_A| = |5 - (-4)| = |5 + 4| = 9$$

$$|x_M + 4| = 6 \text{ ومنه } x_M + 4 = 6 \text{ أو } x_M + 4 = -6$$

$$\text{إذن } AM = \frac{4 \times 3}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ أو } |x_M - x_A| = 6$$

$$\text{مما يعطي } x_M = -10 \text{ أو } x_M = 2 \text{ والحل المعقول هو}$$

$$x_M = 2 \text{ لأن } x_A < 2 < x_B \text{ بما أن } I \in [AB]$$



امتحان شهادة ختم التعليم الاساسي • اختبار الرياضيات 1

التمرين 1: ضع علامة ✓ امام الجواب السليم :

		✓
	✓	
	✓	
✓		

التمرين 2: نعتبر الأعداد الحقيقية a و b و c حيث : $a = \frac{1}{4}(-1+\sqrt{5})$, $b = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}}$, $c = -\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

(1) لنحسب $a^2 = \left[\frac{1}{4}(-1+\sqrt{5})\right]^2 = \frac{1}{16}(\sqrt{5}-1)^2 = \frac{1}{16}(5-2\sqrt{5}+1) = \frac{1}{16}(6-2\sqrt{5}) = \frac{3-\sqrt{5}}{8}$ و $b^2 = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}}^2 = \frac{5+\sqrt{5}}{8}$

(2) لدينا : $a^2 + b^2 = \frac{3-\sqrt{5}}{8} + \frac{5+\sqrt{5}}{8} = \frac{8}{8} = 1$

(3) $a \times c = \left[\frac{1}{4}(-1+\sqrt{5})\right] \left[-\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right] = -\frac{1}{16}(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = -\frac{1}{16} \times 4 = -\frac{1}{4}$ و $a+c = \frac{1}{4}(-1+\sqrt{5}) + \left[-\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right] = \frac{-1-\sqrt{5}-1-\sqrt{5}}{4} = \frac{-2-2\sqrt{5}}{4} = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

(4) $a^{-1} + c^{-1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{a+c}{ac} = \frac{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}}{-\frac{1}{4}} = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \times \frac{-4}{1} = 2$

التمرين 3: لتكن العبارة E التالية : $E = x^2 - 6x + 8$ حيث $x \in \mathbb{R}$

(أ) اذا كان : $x = \sqrt{2}$ فان $E = \sqrt{2}^2 - 6\sqrt{2} + 8 = 10 - 6\sqrt{2}$

(ب) $(x-4)(x-2) = x^2 - 2x - 4x + 8 = x^2 - 6x + 8 = E$

(ج) حصر للعبارة E اذا كان $x \in [-3; 1]$: $\left\{ \begin{array}{l} -7 \leq x-4 \leq -3 \\ -4 \leq x-1 \leq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \leq -(x-4) \leq 7 \\ 0 \leq -(x-1) \leq 4 \end{array} \right\}$ $\Rightarrow 3 \times 0 \leq (x-4)(x-1) \leq 7 \times 4 \Rightarrow 0 \leq E \leq 28$

الخلاصة : $0 \leq E \leq 28$

(د) حسب المعين (O ; I ; J) في المستوي النقاط (O) و B(1 ; 7-x) و A(x ; x+8) على نفس الاستقامة " يعني " الاحداثيات في تناسب طردي مثنى مثنى "

اي : $\frac{x}{1} = \frac{x+8}{7-x}$ اذن $x(7-x) = x+8$ او $7x - x^2 = x+8$ ومنه $x^2 - 6x + 8 = 0$ او $E=0$ اي $(x-4)(x-2)=0$ ومنه $x=4$ او $x=2$

(هـ) لتكن العبارة F كالتالي : $F = -3x^2 - 10x + 7$ ؛ لنبين ان $F \leq E$ مهما كان العدد الحقيقي x :

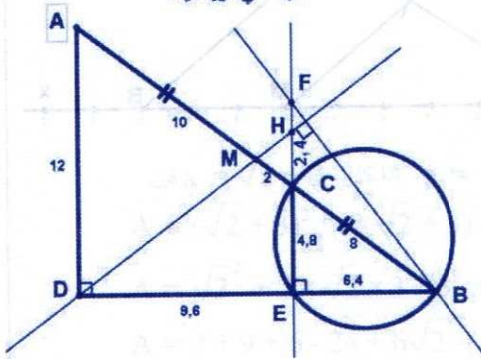
$4x^2 + 4x + 1 = (2x+1)^2 \geq 0$ ان $E-F = (x^2 - 6x + 8) - (-3x^2 - 10x + 7) = x^2 + 3x^2 - 6x + 10x + 8 - 7 = 4x^2 + 4x + 1$

مهما كان العدد الحقيقي x ومنه $E-F \geq 0$ مهما كان العدد الحقيقي x اذن $F \leq E$ مهما كان العدد الحقيقي x

التمرين 4:

نعتبر مثلثا ABD قائم الزاوية في D و DA = 12 و DB = 16 .

الثبت في الرياضيات



(1) ا- ابرن ذلك المثلث

ب- لدينا مثلث قائم في D فحسب نظرية بيتاغور

$AB^2 = AD^2 + DB^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$ وبالتالي $AB = 20$

C نقاط من نفس الدائرة (C) التي قطرها [BC] وبالتالي

فان المثلث BEC قائم في E

ان (DB) يعامد (AD) و (DB) يعامد (EC) فان (EC) // (AD)

في المثلث ABD لدينا E ∈ (BD) و C ∈ (AB) حيث (EC) // (AD)

فحسب نظرية طاليس فان: $\frac{BE}{BD} = \frac{EC}{BA} = \frac{BC}{DA}$ اذن $\frac{BE}{16} = \frac{EC}{20} = \frac{BC}{12}$

وبالتالي $BE = 6,4$ و $CE = 4,8$

(3) في المثلث AMD لدينا H ∈ (MD) و C ∈ (AM) حيث (HC) // (AD) فحسب نظرية طاليس فان: $\frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MH} = \frac{AD}{HC}$ اذن $\frac{10}{2} = \frac{12}{HC}$

$HC = 2,4$ و بما ان M منتصف [AB] و BC = 8 فان $MC = BM - BC = 10 - 8 = 2$

و بالتالي



(4) أفي المثلث BDF لدينا: (EF) المستقيم الحامل للإرتفاع الموافق ل [BD] و (BH) المستقيم الحامل للإرتفاع الموافق ل [BF] وبما أن H نقطة تقاطع (EF) و (DH) فهي إذن مركزه القائم
ب-ينتج عن ذلك: (DF) يعامد (BH) لأن (BH) تمر من H المركز القائم في المثلث BDF فستحمل حتما الإرتفاع الموافق للضلع [FD]
• **التمرين 5:**

(1) بما أن SEFG هرم منتظم فإن EFG مثلث متقايس الأضلاع و [EH] إرتفاع منه إذن $EH = \frac{2\sqrt{6} \times \sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{2}$

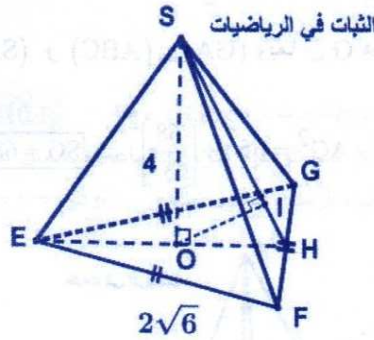
(2) O مركز ثقل المثلث EFG و بالتالي: $OH = \frac{1}{3} EH = \sqrt{2}$

(3) لدينا SOF قائم في O فحسب مبرهنة بيتاغور: $SE^2 = SO^2 + EO^2 = 4^2 + (2\sqrt{2})^2 = 24$ و بالتالي $SF = SE = 2\sqrt{6}$

(4) لدينا SFH مثلث قائم في H لأن SFG مثلث متقايس الضلعين في S و H منتصف القاعدة [FG] إذن حسب نظرية بيتاغور $SH^2 = SF^2 - HF^2$ و بالتالي: $SH = 3\sqrt{2}$

[OI] الإرتفاع الموافق للوتر [SH] في المثلث القائم SOH: إذن $OI = \frac{OH \times OS}{SH} = \frac{\sqrt{2} \times 4}{3\sqrt{2}} = \frac{4}{3}$

(5) لدينا $(FG) \perp (EH)$ و $(FG) \perp (SH)$ إذن $(FG) \perp (ESH)$ محتويان في المستوي (ESH) و يتقاطعان في H



امتحان شهادة ختم التعليم الاساسي • اختبار الرياضيات 2 •

• التمرين 1:

*** إذا كان $|x^2 - 4| = 5$ و $x \notin \mathbb{N}$ فإن $x = -3$
*** في هذا الرسم x يحقق $x^2 + 3x - 10 = 0$

*** كل رباعي محدب أضلاعه متقايسة هو : معين

*** منتصف الوتر في المثلث القائم هو : مركز الدائرة المحيطة به

• التمرين 2:

و $d = \sqrt{75} + \sqrt{48} - 7\sqrt{3} - 3$

نعتبر العددين : $c = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12} - 9$

(1) $c = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12} - 9 = 2\sqrt{9 \times 3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{4 \times 3} - 9 = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 9 = 6\sqrt{3} - 9$

و $d = \sqrt{75} + \sqrt{48} - 7\sqrt{3} - 3 = \sqrt{25 \times 3} + \sqrt{16 \times 3} - 7\sqrt{3} - 3 = 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 7\sqrt{3} - 3 = 2\sqrt{3} - 3$

ب- لدينا $c = 6\sqrt{3} - 9 = 3 \times \left(\frac{2\sqrt{3} - 3}{1} \right) \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$ علما ان $3^2 = 9$; $(2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$ و $12 > 9$ ولذا $2\sqrt{3} > 3$

و لدينا $d = 2\sqrt{3} - 3 \in \mathbb{R}_+$ مما سبق

(2) $\frac{c}{d} = \frac{3(2\sqrt{3} - 3)}{1(2\sqrt{3} - 3)} = 3$ إذن $\frac{c}{d}$ هو عدد صحيح.
(3) c و d عددان موجبان و $\frac{c}{d} > 1$ إذن $c > d$

• التمرين 3:

لتكن العبارة : $A = (x + 3)^2 - 45$ حيث x عدد حقيقي موجب .

عندما $x = \sqrt{7} - 3$: $A = (\sqrt{7} - 3 + 3)^2 - 45 = 7 - 45 = -38$

ب- $A = (x+3)^2 - 45 = x^2 + 6x + 9 - 45 = x^2 + 6x - 36$

ج- $A = (x+3)^2 - 45 = (x+3)^2 - \sqrt{45}^2 = (x+3)^2 - (3\sqrt{5})^2 = (x+3+3\sqrt{5})(x+3-3\sqrt{5})$

د- $A = 0$ يعني $(x+3+3\sqrt{5})(x+3-3\sqrt{5}) = 0$ يعني $x+3+3\sqrt{5} = 0$ أو $x+3-3\sqrt{5} = 0$ ومنه $x = -3\sqrt{5}-3$ أو $x = 3\sqrt{5}-3$

الخلاصة : $S_{\mathbb{R}} = \{-3\sqrt{5}-3; 3\sqrt{5}-3\}$

(2) أ- في المثلث ABC نجد $(BC) \parallel (EF)$ ويقطع في و في فحسب طالس أي $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$ ومنه $\frac{x}{12} = \frac{AF}{AC} = \frac{3}{x+6}$

$x^2 + 6x - 36 = 0$ مما يعطي $x(x+6) = 3 \times 12$

ب- ومن خلال ج) وجدنا $x = 3\sqrt{5}-3 \in \mathbb{R} +$

• التمرين 4 :

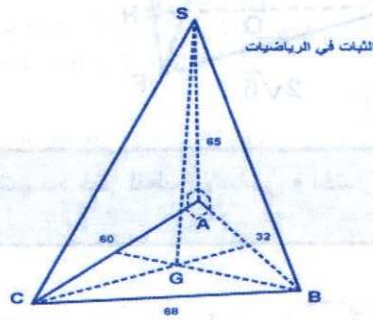
(1) المستقيم (AS) عمودي على المستوي (ABC) لانه يعامد كل من المستقيمين (AC) و (AB) المتقاطعين في A والمحتويين في المستوي (ABC)

(2) في المثلث ABC لدينا $BC^2 = 68^2 = 4624$ و $AC^2 = 60^2 = 3600$ و $AB^2 = 32^2 = 1024$ ؛ نلاحظ ان $BC^2 = AB^2 + AC^2$ فحسب عكس مبرهنة بيتاغور المثلث ABC قائم في A

(3) لدينا $B = \frac{AB \times AC}{2} = 960 \text{ mm}^2$ ومنه $V = \frac{B \times h}{2} = 20800 \text{ mm}^3$ ومنه $V = 0,0208 \text{ litres}$

(4) المثلث SAG قائم في A لان $(SA) \perp (ABC)$ و $(GA) \subset (ABC)$ وبما ان G هو مركز ثقل المثلث ABC فان $AG = \frac{2}{3} \times \frac{BC}{2} = \frac{68}{3}$ ؛

لنطبق بيتاغور في المثلث SAG : $\left(SG^2 = AS^2 + AG^2 = 65^2 + \left[\frac{68}{3} \right]^2 \Rightarrow SG = 68,83 \text{ cm} \right)$

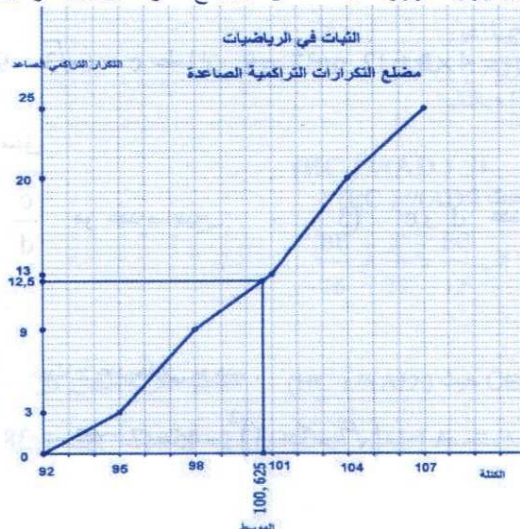


• التمرين 5 :

(1)

الكتلة ب غرام	[92;95[	[95;98[	[98;101[	[101;104[	[104;107[
التكرار	3	6	4	7	5
التكرار التراكمي الصاعد	3	9	13	20	25

(2) المتوسط هو 100,625 (3) احتمال ان يكون وزن القارورة اقل قطعا من 101 غ هو 13/25 او 0,52 او 52%



امتحان شهادة ختم التعليم الاساسي • اختبار الرياضيات • 3

• **التمرين 1:** ضع علامة ✓ امام الجواب السليم :

	✓	
		✓
✓		
✓		

• **التمرين 2:**

(1) لنكتب على الشكل $p\sqrt{3}$ حيث p عدد صحيح نسبي كلاً من العددين الآتيين:

$$a = \sqrt{27} + 7\sqrt{75} + \sqrt{300} = 3\sqrt{3} + 7 \times 5\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 48\sqrt{3} \quad \text{و} \quad b = (6 + 2\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{3})^2 = 36 + 24\sqrt{3} + 12 - 48 = 24\sqrt{3}$$

$$(2) \text{ لنحقق أن } \frac{a}{b} = \frac{48\sqrt{3}}{24\sqrt{3}} = 2 \in \mathbb{N} \quad \text{هو عدد طبيعي.}$$

$$(3) \text{ لنستنتج حساب } a^2 - 4b^2 : \quad \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b \Rightarrow a^2 = 4b^2 \Rightarrow a^2 - 4b^2 = 0$$

$$(4) \text{ لنبين أن } \frac{3}{b} - \frac{6}{a} = 0 : \quad \frac{3}{b} - \frac{6}{a} = \frac{3a}{ab} - \frac{6b}{ab} = \frac{3a - 6b}{ab} = \frac{3(a - 2b)}{ab} = \frac{3 \times 0}{ab} = 0$$

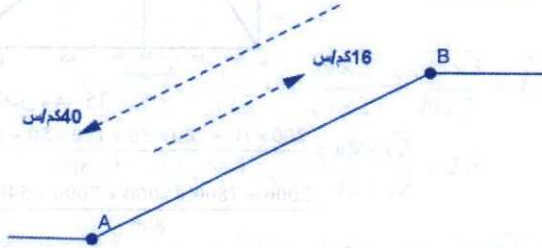
• **التمرين 3:**

(أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $16(x + 0,15) = 40x$

لدينا : $S_{\mathbb{R}} = \{0,1\}$ ومنه $(16x + 2,4 = 40x \Rightarrow 40x - 16x = 2,4 \Rightarrow 24x = 2,4 \Rightarrow x = 0,1)$

(ب) طول المسافة AB صعودا هي نفسها نزولا ومنه لو نضع x المدة الزمنية للنزول بالساعة سنحصل على : $16(x + 0,15) = 40x$

علما ان 9 دقائق = 0,15 ساعة وبالتالي $x = 0,1$ اي ان المدة الزمنية للنزول تساوي 6 دقائق $0,1 = 6$ س
الخلاصة : $AB = 40 \times 0,1 = 4$



• **التمرين 4:**

وحدة قياس الطول هي الصنتمتر. يتم انجاز الرسم بالترج مع الاسئلة .

C دائرة ذات المركز O والشعاع 3 ، $[AB]$ هو قطر فيها و C نقطة منها بحيث $AC = 3$.

(1) أ- نوع المثلث ABC : في المثلث ABC نجد $[AB]$ قطر في C والنقطة C تنتمي الى C

ومنه المثلث ABC قائم في C .

ب- نبين ان $BC = 3\sqrt{3}$: المثلث ABC قائم في C فحسب بيثاغور

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow BC^2 = AB^2 - AC^2 \Rightarrow BC^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow BC = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

(2) E نقطة من نصف المستقيم $[AC]$ بحيث $CE = 9$.

أ- لنحسب EB : المثلث CBE قائم في C فحسب بيثاغور

$$BE^2 = CB^2 + CE^2 \Rightarrow BE^2 = 27 + 81 = 108 \Rightarrow BE = \sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = 6\sqrt{3}$$

ب- لنستنتج ان (BE) مماس للدائرة C في B :

$$\left. \begin{array}{l} AE^2 = 12^2 = 144 \\ AB^2 = 6^2 = 32 \\ BE^2 = 108 \end{array} \right\} \Rightarrow 144 = 108 + 32 \Rightarrow AE^2 = AB^2 + BE^2 \quad \text{في المثلث ABE نجد :}$$

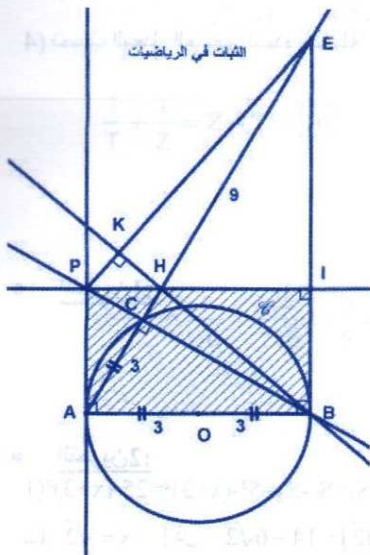
بيثاغور المثلث ABE قائم في B ومنه (BE) يعامد شعاع C في B اذن (BE) مماس للدائرة C في B

(3) العمودي على (AB) في A يقطع (BC) في P ؛ احسب AP .

في المثلث CAB نجد (AP) يوازي (BE) وحيث P نقطة من $[CB]$ و A نقطة من $[CE]$ فحسب طالس :

$$AP = 2\sqrt{3} \quad \text{ومنه} \quad \frac{CP}{CB} = \frac{CA}{CE} = \frac{AP}{BE} \Rightarrow AP = \frac{CA \times BE}{CE} = \frac{3 \times 6\sqrt{3}}{6} = 3\sqrt{3}$$

(4) هو البسوط العمودي للنقطة B على (PE) ؛ (BK) يقطع (AE) في H .



في المثلث BPE نجد (BK) يحمل الارتفاع الصادر من B و (EC) يحمل الارتفاع الصادر من E ؛ (BK) يقطع (CE) في H

اذن H يمثل المركز القائم في المثلث BPE .

(5) بما ان H يمثل المركز القائم في المثلث BPE فان (PH) يحمل الارتفاع الصادر من P في ذلك المثلث ومنه (BE) $\perp$ (PH) في I . في الرباعي BIPA ثلاث زوايا قائمة فهو مستطيل .

(6) المثلثان BCE و BKE قائما الزاوية ويشتركان في الوتر [EB] اذن منتصف [EB] يمثل مركز الدائرة المحيطة بالمثلثين BCE و BKE

وشعاع الدائرة هو $\frac{EB}{2}$

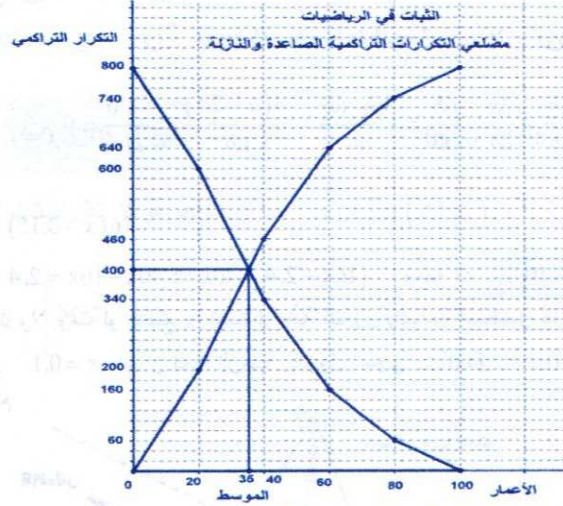
التمرين 5:

يبرز الجدول التالي توزيع متساكني قربة حسب السن

(1) اكمل الجدول:

الاعمار بالسنة	[0; 20[	[20; 40[	[40; 60[	[60; 80[	[80; 100[
عدد الافراد	200	260	180	100	60
التكرارات التراكمية الصاعدة	200	460	640	740	800
التكرارات التراكمية النازلة	800	600	340	160	60

(2) مضلعي التكرارات التراكمية النازلة والصاعدة .



(3) نستنتج متوسط هذه السلسلة : هو فاصلة تقاطع المضلعين وهو 35

$$Ma = \frac{200 \times 10 + 260 \times 30 + 180 \times 50 + 100 \times 70 + 60 \times 90}{800} = \frac{2000 + 7800 + 9000 + 7000 + 5400}{800} = 39$$

(4) نحسب المعدل الحسابي لهذه السلسلة :

امتحان شهادة ختم التعليم الاساسي • اختبار الرياضيات • 4

✓		
✓		
	✓	
		✓

التمرين 1:

التمرين 2:

$$S_3 = S_1 - S_2 = 5^2 - (x+3)^2 = 25 - (x+3)^2 \quad (1)$$

$$S_3 = 25 - (\sqrt{2} + 3)^2 = 25 - (11 + 6\sqrt{2}) = 14 - 6\sqrt{2} \quad \text{اذن } x = \sqrt{2} \quad (2)$$

$$S_3 = 25 - (x+3)^2 = 5^2 - (x+3)^2 = (5-x-3)(5+x+3) = (2-x)(8+x) \quad (3)$$

$$(2-x)(8+x) = 0 \quad \text{يعني } x-2=0 \text{ أو } 8+x=0 \text{ يعني } x=2 \text{ أو } x=-8 \text{ وبالتالي } S_{\mathbb{R}} = \{2\} \quad (4)$$

$$S_3 = 0 \quad \text{عندما } S_1 = S_2 \quad \text{اي } x+3=5 \quad \text{وبالتالي } x=2 \quad (5)$$

التمرين 3:

$$x_H = \frac{x_G + x_F}{2} = \frac{\frac{5}{2} + \frac{-7}{3}}{2} = \frac{1}{12} \quad \text{يعني H منتصف [GF]}$$

$$IF = |x_I - x_F| = \left| 1 + \frac{7}{3} \right| = \left| \frac{10}{3} \right| \quad ; \quad GE = |x_G - x_E| = \left| \frac{5}{2} - \sqrt{3} \right| = \left| \frac{5}{2} - \sqrt{3} \right| \quad ; \quad GF = |x_G - x_F| = \left| \frac{5}{2} + \frac{7}{3} \right| = \frac{29}{6}$$



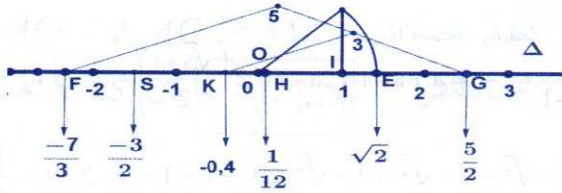
$x_S = \frac{-3}{2}$ فإن $SE \cap (OF)$ و بما أن $\frac{-3}{2} = x_S$ أو $x_S = \frac{13}{2}$ ومنه $x_S - \frac{5}{2} = -4$ أو $x_S - \frac{5}{2} = 4$ إذن $\frac{5}{2} x_S - 4 = 5$ أو $\frac{5}{2} x_S - 4 = -5$ إذن $GS=4$ (4)

$x_K - 2,5 = -2,9$ أو $x_K - 2,5 = 2,9$ إذن $|x_K - x_G| = |x_K - \frac{5}{2}| = 2,9$ و $\frac{3}{5} \times GF = GK = \frac{3 \times 29}{5 \times 2 \times 3} = \frac{29}{10} = 2,9$

إذن $x_K = 5,4$ أو $x_K = -0,4$

إلا أن $K \in [GF]$ فإن $x_K = -0,4$

الثبات في الرياضيات



التمرين 4:

(1) بما أن يوازي $(ABC) // (q)$ فإن $(ABC) \cap (q) = \emptyset$ إلا أن $(MN) \subset (q)$ و $(AB) \subset (ABC)$ فحتما $(AB) \cap (MN) = \emptyset$ ومنه (AB) و (MN) متوازيان أو ليس في نفس المستوي ؛ إلا أن (AB) و (MN) محتويان في (OAB) ولذلك نجد $(MN) // (AB)$ وبفرض التمثلي نبين أن $(MP) // (AC)$ و أن $(PN) // (CB)$:

(2) وبالتالي $\frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB} = \frac{MN}{AB}$ [1] بالاعتماد على مبرهنة طالس في المثلث OAB

ثم $\frac{OM}{OA} = \frac{OP}{OC} = \frac{MP}{AC}$ [2] بالاعتماد على مبرهنة طالس في المثلث OAC

$\frac{ON}{OB} = \frac{OP}{OC} = \frac{NP}{BC}$ [3] بالاعتماد على مبرهنة طالس في المثلث OBC

ينتج عن 2 و 3 و 1 أن $\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{MP}{AC}$

التمرين 5:

$Y = \frac{\sqrt{50} - 5}{\sqrt{2} - 1} = \frac{5\sqrt{2} - 5}{\sqrt{2} - 1} = \frac{5(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} - 1)} = 5$

$X = 6\sqrt{\frac{27}{8}} - 3\sqrt{\frac{75}{18}} = 6\sqrt{\frac{9 \times 3}{4 \times 2}} - 3\sqrt{\frac{25 \times 3}{9 \times 2}} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{5}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} = (9-5)\sqrt{\frac{3}{2}} = 4\sqrt{\frac{3}{2}} = 4\sqrt{\frac{3 \times 2}{2 \times 2}} = 2\sqrt{6}$

$\frac{1}{T} + \frac{1}{Z} = Z + T = 10$ - إذن Z و T كلاهما مقلوب للآخر - $Z.T = (5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6}) = 5^2 - (2\sqrt{6})^2 = 25 - 24 = 1$ (2)

$\frac{\sqrt{6}}{5+2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}(5-2\sqrt{6})}{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})} = \frac{5\sqrt{6} - 2 \times 6}{5^2 - (2\sqrt{6})^2} = \frac{5\sqrt{6} - 12}{5^2 - (2\sqrt{6})^2} = \frac{5\sqrt{6} - 12}{25 - 24} = 5\sqrt{6} - 12$ $V =$ (3)

ب. a و b متناسبان طردا مع $\sqrt{6}$ و 5 يعني $\frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{b}{5}$ ومنه $\frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{b}{5} = \frac{2a}{2\sqrt{6}} = \frac{2a+b}{2\sqrt{6}+5} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{6}+5} = \frac{5\sqrt{6}-12}{2\sqrt{6}+5}$ مما سبق

ينتج عن ذلك $b = 5(5\sqrt{6}-12) = 25\sqrt{6}-60$ و $a = \sqrt{6}(5\sqrt{6}-12) = 30-12\sqrt{6}$

ج. $U = \frac{\frac{2}{b} + \frac{1}{a}}{\frac{-\sqrt{3}}{ab}} = \frac{\frac{2a+b}{ab}}{\frac{-\sqrt{3}}{ab}} = \frac{\frac{1}{ab}}{\frac{-\sqrt{3}}{ab}} = \frac{1}{-\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$x = -\frac{1}{3}$ أو $x = \frac{1}{3}$ يعني $x^2 = \frac{1}{9}$ يعني $9x^2 = 1$ (4)

امتحان شهادة ختم التعليم الاساسي • اختبار الرياضيات • 5

		✓
✓		
	✓	
	✓	

التمرين 1:



التمرين 2:

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^2 = \frac{(\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} + 1}{4} = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ a+1 &= \frac{\sqrt{5}+1}{2} + 1 = \frac{\sqrt{5}+1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ a-1 &= \frac{\sqrt{5}+1}{2} - 1 = \frac{\sqrt{5}+1}{2} - \frac{2}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \end{aligned} \right\} (1)$$

ت) $\frac{1}{a-1} + a-1 = a + a-1 = 2a-1 = 2 \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right) - 1 = \sqrt{5} + 1 - 1 = \sqrt{5}$ (ث) الترتيب التصاعدي للأعداد $a = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ و $a^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

و $\frac{1}{a} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$: بما أن $-1 < 1 < 3$ فإن $-1 + \sqrt{5} < 1 + \sqrt{5} < 3 + \sqrt{5}$ ومنه $\frac{-1+\sqrt{5}}{2} < \frac{1+\sqrt{5}}{2} < \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ أي $\frac{1}{a} < a < a^2$

التمرين 3: *) المثلث DHG قائم الزاوية في H فحسب بيثاغور $DG^2 = DH^2 + HG^2 = 8 + 8 = 16$ ومنه $DG = 4$

**) في المثلث ADG نجد O منتصف [AG] و T منتصف [AD] ومنه : $OT = DG : 2 = 2$

(2) *) (AD) يعامد كل من (CD) و (HD) المحتويين في المستوي (CDH) والمتقاطعيين في D فحتما (AD) يعامد المستوي (CDH) ؛
الا ان (DG) محتوي في المستوي (CDH) وبالتالي (AD) يعامد (DG)

**) $AG = 4\sqrt{2}$ ومنه $AG^2 = AD^2 + DG^2 = 4^2 + 4^2 = 2 \times 4^2$

(3) في الرباعي ADGF نجد (AD) // (GF) لانهما يوازيان نفس المستقيم (BC) ونجد ايضا $AD = GF$ ومنه ADGF متوازي الاضلاع فيه زاوية قائمة في D فهو مستطيل وضلعا متتاليان متقايسان فهو مربع

(4) الطريقة 1 بما ان الرباعي ADGF مربع فان قطراه يتعامدان فالمثلث ADO قائم الزاوية في O

الطريقة 2 نعلم عكس نظرية بيثاغور $AD^2 = 16$ و $OA^2 + OD^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 8 + 8 = 16$ فالمثلث ADO قائم الزاوية في O

التمرين 4: لتكن العبارة $E = x^2 - \frac{32}{5}x + 7$ حيث x عدد حقيقي.

1) أ/ لنحسب القيمة العددية لـ E في حالة $x = 5$.
 $E = 5^2 - \frac{32}{5} \times 5 + 7 = 25 + 7 - 32 = 0$

ب/ لنبين أن $E = \left(x - \frac{16}{5}\right)^2 - \left(\frac{9}{5}\right)^2$:
 $E = x^2 - \frac{32}{5}x + 7 = \left(x^2 - 2 \times \frac{16}{5}x + \left(\frac{16}{5}\right)^2\right) - \left(\frac{16}{5}\right)^2 + 7$
 $= \left(x - \frac{16}{5}\right)^2 - \frac{256}{25} + \frac{175}{25} = \left(x - \frac{16}{5}\right)^2 - \frac{81}{25} = \left(x - \frac{16}{5}\right)^2 - \left(\frac{9}{5}\right)^2$

ج/ لنفكك العبارة E إلى جذاء عوامل.
 $E = \left(x - \frac{16}{5}\right)^2 - \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \left[\left(x - \frac{16}{5}\right) + \frac{9}{5}\right] \left[\left(x - \frac{16}{5}\right) - \frac{9}{5}\right]$
 $= \left(x - \frac{7}{5}\right)(x - 5)$

د/ لنحل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $E = 0$ يعني $\left(x - \frac{7}{5}\right)(x - 5) = 0$ يعني $x = \frac{7}{5}$ او $x = 5$ ومنه $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{7}{5}; 5\right\}$

(2) في الرسم المقابل مثلث ABC حيث $AB = 4$ و $AC = 3$ و $BC = 5$ و M نقطة على [BC] حيث $BM = x$ و $x \in]0; 5[$

أ/ نبين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A. بتطبيق عكس بيثاغور

ب/ ليكن I المسقط العمودي لـ M على (AB). لنبين أن $AI = 4 - \frac{4}{5}x$ و $MI = \frac{3}{5}x$.

في المثلث ABC نجد $(MI) // (AC)$ بحيث $I \in [AB]$ و $M \in [CB]$ فحسب طالس :

أي $\frac{BM}{BC} = \frac{BI}{BA} = \frac{MI}{CA}$ ومنه $\frac{x}{5} = \frac{BI}{4} = \frac{MI}{3}$ اي $BI = \frac{4x}{5}$ و $MI = \frac{3x}{5}$ مما يعطي

$AI = AB - BI = 4 - \frac{4x}{5}$



ج/ المثلث AMI قائم في I فحسب بيثاغور

$$AM^2 = MI^2 + AI^2 = \left(\frac{3}{5}x\right)^2 + \left(4 - \frac{4}{5}x\right)^2 = \frac{9}{25}x^2 + 16 - 2 \times 4 \times \frac{4}{5}x + \frac{16}{25}x^2$$

$$= \frac{9}{25}x^2 + \frac{16}{25}x^2 - 2 \times 4 \times \frac{4}{5}x + 16 = x^2 - \frac{32}{5}x + 16$$

3/ ليكن المثلث ACM متقايس الضلعين قمته الرئيسية A ينبغي تحقيق المساواة : $AC = AM$ او $AM^2 = AC^2$ اي :
 $x^2 - \frac{32}{5}x + 16 = 9$ مما يعطي $x^2 - \frac{32}{5}x + 7 = 0$ اي $E = 0$ وبالتالي $x = \frac{7}{5} \in]0; 5[$ لان $x = 5$ تجعل من M مطابقة لـ C فهي ملغاة .

ب/ يكون AM أصغر ما يمكن حينما يمثل AM البعد بين A والمستقيم (BC) وفي تلك الحالة M يمثل المسقط العمودي للنقطة A على (BC) اي ان المثلث MAB قائم في M مما يعطي حسب بيثاغور : $AB^2 = MA^2 + BM^2$ اي $4^2 = \left(x^2 - \frac{32}{5}x + 16\right) + x^2$ او $16 = 16 + 2x^2 - \frac{32}{5}x$ اي $2x^2 - \frac{32}{5}x = 0$ او $2x\left(x - \frac{16}{5}\right) = 0$ وهذا يعطي اما $x = \frac{16}{5} \in]0; 5[$ مقبول او $x = 0 \notin]0; 5[$ وهذا الحل ملغى .

امتحان شهادة ختم التعليم الاساسي • اختبار الرياضيات • 6

التمرين 1:

اختر الإجابة الصحيحة من بين المقترحات المقامة :

1. (أ) 12 لان $2018^2 + 4 - 4 \times 2018 = (2018 - 2)^2 = 2016^2$ و 2016 من مضاعفات 4 و 3

2. (أ) $\frac{6}{20}$ (ب) $[-2; 4[$ (ج) 4 (د) $(AC) \perp (BDF)$

5. احداثيات النقطة G في المعين $(O; I; J)$ هي : (ج) $\left(0; \frac{1}{3}\right)$

التمرين 2:

نعتبر العبارة : $A = 4x^2 - 9$ حيث $x \in \mathbb{R}$

1. أ. احسب القيمة العددية للعبارة A في الحالتين $x = -\frac{3}{2}$ و $x = 1 - \sqrt{3}$

$x = 1 - \sqrt{3}$	$x = -\frac{3}{2}$
$A = 4(1 - \sqrt{3})^2 - 9 = 4(4 - 2\sqrt{3}) - 9$ $= 16 - 8\sqrt{3} - 9 = 7 - 8\sqrt{3}$	$A = 4\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 9 = 4 \times \frac{9}{4} - 9 = 9 - 9 = 0$

ب. نفكك تلك العبارة A الى جذاء عوامل : $A = 4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x + 3)(2x - 3)$

2. نعتبر العبارة : $B = 4x^2 - 9 - (2x + 3)(x - 1)$ حيث $x \in \mathbb{R}$



أ. نبين أن : $B = 4x^2 - 9 - (2x + 3)(x - 1) = (2x + 3)(2x - 3) - (2x + 3)(x - 1)$
 $= (2x + 3)[(2x - 3) - (x - 1)] = (2x + 3)(2x - 3 - x + 1) = (2x + 3)(x - 2)$

ب. بنشر العبارة B : $B = (2x + 3)(x - 2) = 2x^2 - 4x + 3x - 6 = 2x^2 - x - 6$

حل المعادلة : $2x^2 - x - 6 = 0$ في $\mathbb{R}$ يعود الى حل المعادلة $(2x + 3)(x - 2) = 0$

او $\begin{cases} 2x+3=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{2} \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$ ومنه $(2x + 3)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{3}{2}; 2\right\}$

3. نعتبر الشكل المقابل حيث $m \in \left[\frac{1}{2}; \frac{13}{4}\right]$

أ. المثلث ABC قائم الزاوية في A لان O منتصف ضلعه [BC] يبعد نفس البعد عن

رؤوسه الثلاث ومنه : $S = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{1}{2} \left(m - \frac{1}{2}\right) \times 4m$
 $= \left(m - \frac{1}{2}\right) \times 2m = 2m^2 - m$

ومن ناحية اخرى : $m \in \left[\frac{1}{2}; \frac{13}{4}\right] \Rightarrow \left[\frac{1}{2} < m < \frac{13}{4}\right] \Rightarrow 1 < 2m < \frac{13}{2}$
 $\Rightarrow 0 < 2m - 1 < \frac{11}{2}$

ولذا من خلال 1 و 2 ينتج $0 < \frac{1}{2} < m(2m - 1) < \frac{7}{4} \times \frac{11}{2}$ اي $0 < 2m^2 - m < \frac{77}{8}$ او $0 < S < \frac{77}{8}$

ب. نبحث عن العدد m الذي يحقق : $S = 6 \text{ cm}^2$

او $\begin{cases} m=-\frac{3}{2} \\ m=2 \end{cases}$ $\Rightarrow (2m + 3)(m - 2) = 0 \Rightarrow 2m^2 - m - 6 = 0 \Rightarrow 2m^2 - m = 6 \Rightarrow S = 6$ (حسب ماسبق) الا ان

$m \in \left[\frac{1}{2}; \frac{13}{4}\right]$ وبالتالي $m=2$ لان $\frac{-3}{2} \notin \left[\frac{1}{2}; \frac{13}{4}\right]$ و $2 \in \left[\frac{1}{2}; \frac{13}{4}\right]$

ج. لنستنتج في الحالة $m = 2$ شعاع الدائرة I : قد اثبتنا ان المثلث ABC قائم الزاوية في A فحسب بيتاغور :

ومنه $r = \frac{BC}{2} \approx 4,07 \text{ cm}$

ومنه

$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = \left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 + (4 \times 2)^2$
 $= \frac{9}{4} + 64 = \frac{9}{4} + \frac{256}{4} = \frac{265}{4} \Rightarrow BC = \sqrt{\frac{265}{4}} \approx 8,14$

التمرين 3:

1. البناء

2. المتوسط العمودي Δ يقطع [AB] في النقطة I اذن I هي منتصف [AB]

C منازرة B بالنسبة إلى J اذن J هي منتصف [CB] وبالتالي : في المثلث ABC نجد $(IJ) \parallel (AC)$

3. في المثلث ABM نجد $(IK) \parallel (AM)$ بحيث $I \in [AB]$ و $K \in [BM]$ فحسب طالس $\frac{BK}{BM} = \frac{IK}{AM}$ [1]

وفي المثلث BCM نجد $(JK) \parallel (CM)$ بحيث $J \in [BC]$ و $K \in [BM]$ فحسب طالس $\frac{BK}{BM} = \frac{JK}{CM}$ [2]



ينتج عن [1] و [2] ان $\frac{JK}{CM} = \frac{IK}{AM}$ [3] ؛ الا ان K منتصف $[IJ]$ ومنه $IK = JK$ فحتما من خلال [3] نستخلص : $CM = AM$

والنقاط على استقامة واحدة اذن M منتصف $[AC]$

4. في المثلث NIJ نجد $(AP) \parallel (IJ)$ بحيث $A \in [NI]$ و $P \in [NJ]$ فحسب طالس $\frac{NA}{NI} = \frac{AP}{IJ}$ ومنه $AP = \frac{NA \times IJ}{NI}$ او $AP = \frac{2 \times 4}{8-3} = 1,6$

5. في المثلث ABC نجد M منتصف $[AC]$ و J منتصف $[CB]$ فحتما $(JM) \parallel (AB)$

ومن ناحية اخرى في المثلث OBN نجد $(JM) \parallel (BN)$ لان $(JM) \parallel (AB)$ و B و A و N على نفس الاستقامة) بحيث $M \in (BO)$ و

$$OM = \frac{OB \times MJ}{BN} \quad \text{ومنه} \quad \frac{OM}{OB} = \frac{OJ}{ON} = \frac{MJ}{BN}$$

$$\text{اي} \quad OM = \frac{OB \times (AB \div 2)}{BN} = \frac{OB \times (6 \div 2)}{8} = \frac{3 \times OB}{8}$$

$$OM = \frac{3}{8} OB$$

التمرين 4:

يبيّن الجدول التالي أعدادا لقسم من التاسعة أساسي في الفرض التألفي الثاني في مادة الرياضيات:

1) الفئة المنوال لهذه السلسلة الإحصائية هي $[12 ; 16[$ (2.

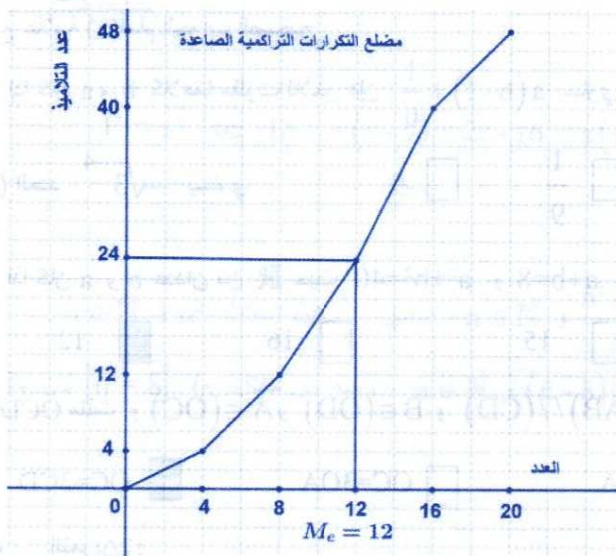
$$Ma = \frac{2 \times 4 + 6 \times 8 + 10 \times 12 + 14 \times 16 + 18 \times 8}{48} = 11,33$$

3. أنجز جدول ثم مضع التكرارات التراكمية الصاعدة و استنتج متوسط هذه السلسلة الإحصائية.

العدد	$[0 ; 4[$	$[4 ; 8[$	$[8 ; 12[$	$[12 ; 16[$	$[16 ; 20]$
عدد التلاميذ	4	8	12	16	8
مركز الفئة	2	6	10	14	18

4. اخترنا بصفة عشوائية تلميذاً من بين هؤلاء التلاميذ. احتمال أن يكون

$$p = \frac{8}{48} = \frac{1}{6} \quad \text{هو} \quad 16 \quad \text{قد تحصل على عدد أكبر من او يساوي}$$



ومنه $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ $AC = 5$

في المستوي (ABC) ومقاطعان في A وبالتالي $(OA) \perp (ABC)$.

ب. ينتج عن ذلك ان (OA) يعامد كل مستقيم من (ABC) ومار من A وبالمثل

ومنه المثلث OAC قائم الزاوية في A .

$$C^2 = AO^2 + AC^2 = \sqrt{11}^2 + 5^2 = 36$$

[eq] : $\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \right)$: $\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \right)$

أ. * لدينا $(IJ) \parallel (CD)$ و $(CD) \parallel (AB)$ إذن

وبالتالى $(IJ) \parallel (OAB)$ $(AB) \subset (OAB)$

* (BA) يعامد كل من (OA) و (AD) المحتويين في

المتقاطعين في A فتحتما (BA) يعامد المستقيم (AI) المحتوى فيه والمار من

$$(BA) \perp (AI)$$

ب. لدينا $//(AB)$

منحرف وبما أن $(AI) \perp (BA)$ إذن $AIJB$ هو شبه منحرف قائم

$$1.1 \times 10^{-3} \text{ mol/L} \times 100 \text{ mL} = 0.11 \text{ mmol} \times 100 \text{ mL} = 11 \text{ mmol}$$
$$BC \times CD) \times OA = \frac{4 \times 3 \times \sqrt{11}}{4} = 3\sqrt{11} \approx 3 \times 3.3 = 9.9 \text{ litres}$$

(1) إذا كان $h \neq a$ كلاهما مقلوب للأخر

$$\square -1 \quad \square 1 \quad \square 0 \quad \square -4$$

1. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 8

| | | |
|----|----|----|
| 15 | 16 | 12 |
|----|----|----|

$$(AB) \parallel (CD) : B \in (OD) : A \in (OC) : \text{etc.}$$

OC-30A OC-30B OC-30C

التقريب: 2.



(1) نحسب الجداء التالي: $a = (3\sqrt{2} - 1)^2 = (3\sqrt{2})^2 - 2 \times (3\sqrt{2}) \times 1 + 1^2 = 18 - 6\sqrt{2} + 1 = \boxed{19 - 6\sqrt{2}}$

ثم نحسب p :
$$p = \frac{(3\sqrt{2} - 1)^3}{19 - 6\sqrt{3}} \times (3\sqrt{2} + 1) = \frac{(3\sqrt{2} - 1)^2 \times (3\sqrt{2} - 1)}{19 - 6\sqrt{3}} \times (3\sqrt{2} + 1)$$

$$= \frac{(19 - 6\sqrt{3}) \times (3\sqrt{2} - 1)}{(19 - 6\sqrt{3})} \times (3\sqrt{2} + 1) = (3\sqrt{2} - 1) \times (3\sqrt{2} + 1)$$

$$= (3\sqrt{2})^2 - 1^2 = 18 - 1 = \boxed{17}$$

(2) نكتب على شكل قوة لعدد كسري:

$$m = \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^{12} \times \left(\frac{-4}{3}\right)^{30} \times \left(\frac{4}{\sqrt{7}}\right)^{-18}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^{12} \times \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^{18} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{30}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^{30} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{30} = \left(\frac{\sqrt{7}}{4} \times \frac{4}{3}\right)^{30} = \left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^{30}$$

$$= \left[\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2\right]^{15} = \left[\frac{7}{9}\right]^{15}$$

(3) ألخصر العبارة n التالية:

$$n = \frac{2(a^4b^5)^{-3} \times (3a^5b^{-7})^2}{18a^{12}b^{-20}} = \frac{2(a^{12}b^{-15}) \times (3^2a^{10}b^{-14})}{18a^{12}b^{-20}}$$

$$= \frac{2 \times 3^2 \times \cancel{a^{12}} \times a^{10} \times (b^{-15} \times b^{-14})}{18 \times \cancel{a^{12}} \times b^{-20}} = a^{10} \times b^{-29} \times b^{20}$$

$$= a^{10} \times b^{-9} = \frac{a^{10}}{b^9}$$

ب- $n = \frac{a^{10}}{b^9} = \frac{\cancel{a} \times a}{\cancel{b}} = a = \boxed{2018}$

التمرين 3:

(1) لتكن العبارة : $E = x^2 - 6x - 16$ حيث x عدد حقيقي

(أ) $x(x - 8) + 2x - 16 = x^2 - 8x + 2x - 16 = x^2 - 6x - 16 = E$

(ب) نكتبك إذن العبارة E : $E = x^2 - 6x - 16 = x(x - 8) + 2x - 16 = x(x - 8) + 2(x - 8) = \boxed{(x - 8)(x + 2)}$

(ج) $(x - 8)(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 8 = 0 \\ x + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -2 \end{cases}$ أو

(2) $n \in \mathbb{N}$ و $n^2 - 16 = 6n$ يعني $n \in \mathbb{N}$ و $\frac{n^2 - 16}{2} = 3n$ يعني $n \in \mathbb{N}$ و $\frac{1}{2}(n - 4)(n + 4) = 3n$

يعني $n^2 - 6n - 16 = 0$ و $n \in \mathbb{N}$ يعني $(n - 8)(n + 2) = 0$ و $n \in \mathbb{N}$ ومنه من خلال (ج) $\boxed{n = 8}$ لان $-2 \notin \mathbb{N}$

التمرين 4:



لتكن العبارة الحرفية التالية : $A = x^2 + xy + 1$ حيث x و y عدنان من $\mathbb{R}$.

$$A = (\sqrt{3} + 2)^2 + (\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2) + 1$$

$$= 7 + 4\sqrt{3} + 3 - 4 + 1 = 7 + 4\sqrt{3}$$

(1) القيمة العددية للعبارة A إذا علمنا أن : $x = \sqrt{3} + 2$ و $y = \sqrt{3} - 2$

(2) نعتبر في هذا السؤال أن $x=2$ و $y \in [-3; 1]$

$$A = 2^2 + 2y + 1 = 4 + 1 + 2y = 2y + 5$$

أنحقق أن $A = 2y + 5$:

$$A \in [-1; 7] \quad \text{أو} \quad -1 \leq 2y + 5 \leq 7 \quad \text{وبالتالي} \quad -6 \leq 2y \leq 2 \quad \text{ومنه} \quad -3 \leq y \leq 1 \quad \text{اذن} \quad y \in [-3; 1]$$

(3) نعتبر في هذا السؤال أن $y=2$ و $x \in \mathbb{R}$

$$A = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

$$(x + 1)(2x - 3) = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow (x + 1)(2x - 3) = (x + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(2x - 3) - (x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)[(2x - 3) - (x + 1)] = 0$$

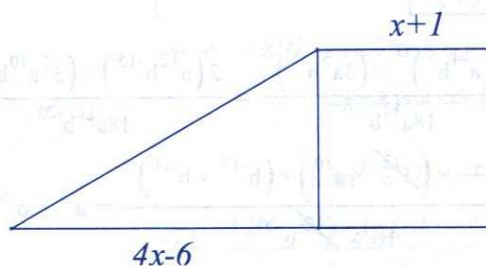
ب-حل في $\mathbb{R}$ المعادلة

$$\begin{cases} x + 1 = 0 \\ x - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{أو} \quad (x + 1)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \{-1; 4\}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \{-1; 4\} \quad \text{الخلاصة} \quad x = 4 \quad \text{أو} \quad x = -1 \quad \text{وبالتالي}$$

ج- $x \in \mathbb{R}_+$ ؛ ابحث عن x حتى يكون للمربع والمثلث نفس المساحة بالصم المربع :



لنضع $\mathcal{A}_1$ قيس مساحة المربع اذن $\mathcal{A}_1 = (x+1)^2$ ولنضع $\mathcal{A}_2$ قيس مساحة المثلث اذن $\mathcal{A}_2 = (x+1)(4x-6):2 = (x+1)(2x-3)$

$\mathcal{A}_2 = \mathcal{A}_1$ يعني $(x+1)(2x-3) = (x+1)^2$ ومن خلال (3) ب- عثرنا على حلول هذه المعادلة فوجدنا $S_{\mathbb{R}} = \{-1; 4\}$ لكن الحل المطابق للشروط هو $x = 4$ لان $x \in \mathbb{R}_+$

التمرين 5:

(1) ABC مثلث قائم في A اذن حسب نظرية فيثاغور

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$$

$$AC = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

اذن

2. أ- A و B و H نقاط من نفس الدائرة C بحيث $[AB]$ قطرها اذن ABH هو مثلث قائم في H

ب- في المثلث ABC القائم في A لدينا O منتصف الوتر $[BC]$

اذن $OA = OB = 4$ وبما أن $AB = 4$ فإن OAB مثلث متقايس الأضلاع

ج- طريقة 1: $[AH]^*$ ارتفاع في المثلث OAB المتقايس الأضلاع

$$AH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

اذن

طريقة 2: $[AH]^*$ ارتفاع في المثلث ABC القائم في A

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{4 \times 4\sqrt{3}}{8} = \frac{16\sqrt{3}}{8} = 2\sqrt{3}$$

اذن

لدينا ABC المثلث



O منتصف [BC] و I مسقط O على [AC] وفق منحى (AB) إذن I منتصف [AC] و $OI = \frac{AB}{2} = \frac{4}{2} = 2$

ب- المثلث CIM قائم في I فحسب نظرية بيتاغور : $CM^2 = IM^2 + IC^2 = 6^2 + (2\sqrt{3})^2 = 36 + 12 = 48$

$$CM = \sqrt{48} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

ج- في المثلث OCM لدينا : $OC^2 = 4^2 = 16$ و $CM^2 = (4\sqrt{3})^2 = 48$ و $OM^2 = 8^2 = 64$

نلاحظ أن $OM^2 = CM^2 + OC^2$ إذن حسب عكس نظرية بيتاغور المثلث OCM قائم في C
في الرباعي AMNH لدينا

$$[(MN) \parallel (AH)] \text{ لأن } (MN) \perp (BC) \text{ و } (AH) \perp (BC) \quad [1]$$

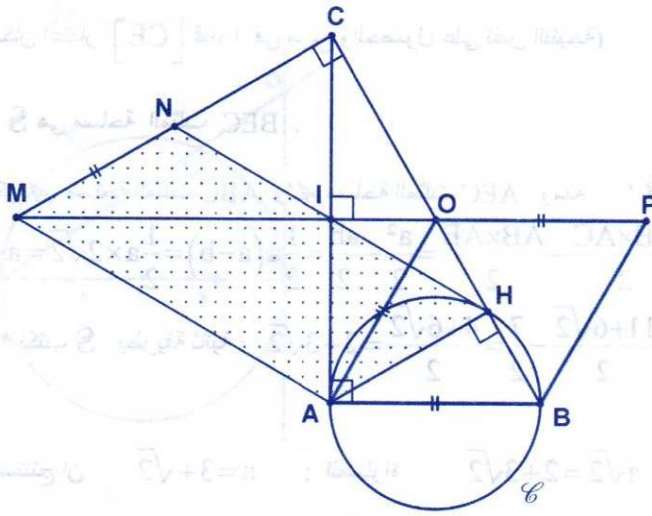
$$[MN = AH = 2\sqrt{3}] \text{ ينتج عن 1 و 2 ان الرباعي AMNH } \# \quad [2]$$

$$OP = IP - OI = IM - OI = 6 - 2 = 4 \quad (5)$$

الرباعي AOPB متوازي الاضلاع لأن

$$OP = AB = 4 \text{ و } (OP) \parallel (AB)$$

وبما أن $OA = AB$ فهو معين



رابط مقترح اصلاح اختبار الرياضيات - مناظرة التاسعة دورة 2017 :

<https://goo.gl/Y2VPCr>

مقترح اصلاح اختبار الرياضيات - مناظرة التاسعة دورة 2018

• التمرين 1

| المبرر | الجواب السليم |
|--|---------------|
| $x_D = -1$ فنجد $\frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_B + x_D}{2}$ متوازي الاضلاع اذن القطران لهما نفس المنتصف | ب) $(-1, -2)$ |
| $13 - 9 = 4$ | ج) 4 |
| $27^{2018} - 2 \times 27^{2017} = 27 \times 27^{2017} - 2 \times 27^{2017} = 27^{2017} \times (27 - 2)$
$= \left(\frac{27^{2017}}{\in M_3} \times \frac{25}{\in M_5} \right) \in M_{15}$ | ج) 15 |



نعتبر العددين الحقيقيين الموجبين a و b بحيث : $a^2=11+6\sqrt{2}$ و $b^2=11-6\sqrt{2}$

(1) لنقارن العددين a^2 و b^2 : $a^2-b^2=11+6\sqrt{2}-11+6\sqrt{2}=12\sqrt{2}\in\mathbb{R}_+^*$ ومنه $a^2>b^2$

(ب) نعلم ان a و b موجبان ومنه $a+b$ موجب ونعلم ان $a^2-b^2=(a+b)\times(a-b)$

$(a+b)\times(a-b)$ موجب والعامل $(a+b)$ موجب فحتما العامل $(a-b)$ موجب (توجد تمثيلات اخرى)

$$a\times b=\sqrt{49}=7 \text{ ومنه } (a\times b)^2=49 \text{ او } a^2\times b^2=(11+6\sqrt{2})(11-6\sqrt{2})=11^2-(6\sqrt{2})^2=121-72=49 \quad (2)$$

$$a-b=\sqrt{8}=2\sqrt{2} \text{ ومنه } (a-b)^2=a^2+b^2-2ab=(11+6\sqrt{2})+(11-6\sqrt{2})-2\times 7=22-14=8 \quad (3)$$

(4) (أ) في المثلث ABC نجد $\hat{C}=\hat{B}=90^\circ/2=45^\circ$ من ناحية اخرى في المثلث CEH لدينا : $\hat{E}=90^\circ-\hat{C}=90^\circ-45^\circ=45^\circ=\hat{C}$ ومنه المثلث ECH متقايس الضلعين في H.

(ب) المثلث ECH قائم في H فحسب بيتاغور $CE^2=EH^2+CH^2=2.EH^2$ اي $EH^2=\frac{CE^2}{2}=\frac{(a-b)^2}{2}=\frac{8}{2}=4$ ومنه $EH=\sqrt{4}=2$

بالامكان اعتبار [CE] قطرا في مربع والحصول على نفس النتيجة

(5) S هي مساحة المثلث BEC .

(أ) ليكن S مساحة المثلث ABC و S' مساحة المثلث AEC ومنه $S = S - S'$ اي

$$S = \frac{AB \times AC}{2} - \frac{AB \times AE}{2} = \frac{a^2}{2} - \frac{ab}{2} = \frac{1}{2}a(a-b) = \frac{1}{2}a \times 2\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

$$S = \frac{a^2}{2} - \frac{ab}{2} = \frac{11+6\sqrt{2}}{2} - \frac{7}{2} = \frac{4+6\sqrt{2}}{2} = 2+3\sqrt{2} \text{ بطريقة ثانية : } S = 2+3\sqrt{2}$$

$$a = \frac{2+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+3)}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}+3 \text{ تؤدي الى } a\sqrt{2}=2+3\sqrt{2} \text{ المساواة : } a=3+\sqrt{2} \text{ **لنستنتج ان}$$

• التمرين 3

(أ) في المثلث BCD نجد A منتصف [CD] يحقق : $AC=AD=AB$ فهو قائم ووتره الضلع المذكور اي [CD] ومنه المثلث BCD قائم في B .
(ب) في المثلث ABC المتقايس الضلعين لدينا [AH] هو الارتفاع الصادر من القمة الرئيسية A فحتما يطابق الوسط الموافق للضلع [BC] اذن H تمثل منتصف [BC] ومنه : في المثلث BCD القطعة [DH] هي الوسط الصادر من D ونعلم ان [BA] هو الوسط الصادر من B ؛ هذان الوسطان يتقاطعان في G فحتما G تمثل مركز ثقل المثلث BCD.

(2) نفترض ان $AB=x+3$ حيث $x\in\mathbb{R}_+$

(أ) بما ان $AB=x+3$ و $AB=AC$ فان $AC=x+3$

ونعلم من ناحية اخرى ان A منتصف [DC] ومنه $DC=2\times AC=2(x+3)$ بما ان المثلث قائم في فانه حسب بيتاغور :

$$BD^2=CD^2-BC^2 \text{ اي } CD^2=BC^2+BD^2 \text{ او } BD^2=2^2(x+3)^2-2^2=4(x^2+6x+9)-4=4x^2+24x+36-4=4x^2+24x+32=4(x^2+6x+8)$$

(ب) $BD=2\sqrt{35}$ يعني $BD^2=(2\sqrt{35})^2=4\times 35=140$ (البعد هو قيمة موجبة)

يعني $4(x^2+6x+8)=140$ يعني $x^2+6x+8=140:4=35$ يعني $x^2+6x+8-35=0$ او



$$x^2 + 6x - 27 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 - 3^2 - 27 = \underbrace{x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2}_{(x+3)^2} - 3^2 - 27 \quad \left. \begin{array}{l} \text{(3) لدينا} \\ \end{array} \right\}$$

$$= (x+3)^2 - 36$$

ALPHABET : pour mieux voir

$$x^2 + 6x - 27 = (x+3)^2 - 36 = (x+3+6)(x+3-6) = (x+9)(x-3) \quad \text{لدينا (ب)}$$

$$BD = 2\sqrt{35} \quad \text{(ج) يعني } (x+9)(x-3) = 0 \text{ ومنه } x=3 \text{ (مقبولة) او } x=-9 \text{ (ملغاة) لان } x \in \mathbb{R}^+$$

$$* \text{ نعلم } AB = x+3 \text{ ان } AB = x+3 = 3+3 = 6$$

$$BG = \frac{2}{3}BA = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \quad \text{فان } BCD \text{ مثلث قائم الزاوية في } C$$

• التمرين 4

(1) A و B و C نقاط من نفس الدائرة $\mathcal{C}$ التي قطرها [AB] إذن $\triangle ABC$ مثلث قائم في C

وبالتالي حسب نظرية فيثاغورس

$$BC = \sqrt{11} \quad \text{اذن} \quad \begin{cases} BC^2 = AB^2 - AC^2 \\ BC^2 = 6^2 - 5^2 = 36 - 25 = 11 \end{cases}$$

(2) المثلث ABD قائم في B و [BC] هو الارتفاع الموافق للوتر [AD]

$$CD = \frac{11}{5} \quad \text{وبالتالي} \quad \begin{cases} BC^2 = CD \times CA \\ 11 = CD \times 5 \end{cases} \quad \text{اذن}$$

بتطبيق نظرية فيثاغورس في المثلث BCD فان :

بقية الاصلاح:

<https://goo.gl/n5aB73>



مركز التعليم والتدريب

مركز التعليم والتدريب
مركز التعليم والتدريب

